



DOMENIUL INGINERIE MECANICĂ

TEZĂ DE DOCTORAT

REZUMAT

Coordonator științific,

Prof. univ. dr. ing. Ilie MUSCĂ

Doctorand,
ing. Elena VĂRĂREANU (ȘÎRGHIE)

**Suceava
2024**



TEZĂ DE DOCTORAT

CONTRIBUȚII LA STUDIUL CONTACTULUI CONCENTRAT AL CORPURILOR DIN MATERIALE NELINIAR ELASTICE

REZUMAT

**Coordonator științific,
Prof. univ. dr. ing. Ilie MUSCĂ**

**Doctorand,
ing. Elena VĂRĂREANU (ȘÎRGHIE)**

**Suceava
2024**

CUPRINS

I. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR ÎN DOMENIUL STUDIULUI CONTACTULUI CONCENTRAT AL CORPURILOR DIN MATERIALE ELASTICE	10
I.1. SCURT ISTORIC	10
I.2. DEFINIREA ȘI CLASIFICAREA CONTACTELOR	10
I.3. CONTACTUL HERTZIAN	11
I.4. NOȚIUNI DE ELASTICITATE LINIARĂ VS. ELASTICITATE NELINIARĂ	12
I.4.1. ELEMENTE DE ELASTICITATE NELINIARĂ	12
I.4.2. HIPERELASTICITATEA	13
I.5. CONTACTUL CONCENTRAT PUNCTUAL AL PIESELOR DIN CAUCIUC	14
I.5.3. STUDIUL CONTACTULUI CONCENTRAT AL PIESELOR DIN CAUCIUC	14
I.5.4. DETERMINAREA ELEMENTELOR CONTACTULUI CONCENTRAT AL PIESELOR DIN CAUCIUC UTILIZÂND O METODĂ RAPIDĂ	16
I.6. CONCLUZII	16
II. METODE EXPERIMENTALE PENTRU DETERMINAREA DEPLASĂRILOR ȘI DEFORMAȚIILOR SPECIFICE LA CONTACTUL CONCENTRAT	18
II.3. DETERMINAREA DIMENSIUNILOR ȘI FORMEI ARIEI DE CONTACT PRIN METODA VIZUALIZĂRII INDIRECTE	18
II.6. CONCLUZII ȘI DIRECȚII DE CERCETARE	20
III. METODE EXPERIMENTALE UTILIZATE PENTRU STUDIUL CONTACTULUI CONCENTRAT AL CORPURILOR DIN MATERIALE ELASTICE, DEZVOLTATE LA UNIVERSITATEA “ȘTEFAN CEL MARE” DIN SUCEAVA	21
III.5. CONCLUZII ȘI DIRECȚII DE CERCETARE	22
III.5.1. CONCLUZII	22
III.5.2. DIRECȚII DE CERCETARE	24
IV. BAZĂ EXPERIMENTALĂ	ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.
IV.1. STAND PENTRU TESTAREA SFERELOR DIN CAUCIUC	26
IV.2. DESCRIEREA CONSTRUCTIVĂ A SISTEMULUI DE ÎNCĂRCARE	30
IV.3. DESCRIERE CONSTRUCTIVĂ A SISTEMULUI DE MĂSURARE ȘI ACHIZIȚIE A DATELOR	30
IV.3.1. DETERMINAREA FORȚEI DE DEFORMARE CU AJUTORUL TRADUCTORULUI DE FORȚĂ	30
IV.3.2. DETERMINAREA DEFORMAȚIEI SFERELOR	31
V. METODICA DE LUCRU ȘI DE PRELUCRARE A DATELOR	31
V.1. ÎNCĂRCAREA - COMPRIMAREA SFERELOR	32
V.2. DESCĂRCAREA - DECOMPRIMAREA SFERELOR	33

V.3. PRELUCRAREA INFORMAȚIILOR	33
VI REZULTATE EXPERIMENTALE. INTERPRETARE	34
VI.1. REZULTATE EXPERIMENTALE DE DEFORMARE DE APROPIERE RELATIVĂ CU ÎNCĂRCAREA	35
VI.1.1. PLAN EXPERIMENTAL	35
VI.2. EXPERIMENTE DE DEFORMARE CU DOUĂ SFERE	36
VI.3. EXPERIMENTE DE DEFORMARE CU TREI SFERE	38
VI.4. COMPARAȚIE REZULTATE EXPERIMENTALE ÎNTRE DEFORMAȚIILE SISTEMELOR DE SFERE SOLICITATE LA COMPRIMARE	40
VI.4.1. COMPARAȚIE PRIVIND VARIAȚIA DEFORMAȚIEI LA ÎNCĂRCAREA SFERELOR LA CONTACTE TIP (gg, pg, pp), PENTRU O ANUMITĂ VALOARE A FORȚEI	40
VI.4.2. COMPARAȚIE ÎNTRE REZULTATE OBȚINUTE PENTRU EXPERIMENTE DESFĂȘURATE ÎN CONDIȚII SIMILARE	40
VI.4.3. COMPARAȚIE ÎNTRE VALORILE EXPERIMENTALE OBȚINUTE PENTRU SISTEME DE DOUĂ ȘI DE TREI SFERE, PENTRU VALOARI DIFERITE ALE DEFORMAȚIEI MAXIME STABILITE ÎNINIȚIAL	41
VI.4.4. COMPARAȚIE ÎNTRE VALORILE EXPERIMENTALE OBȚINUTE PENTRU SISTEME DE DOUĂ ȘI DE TREI SFERE, PENTRU ACEIAȘI VALOARE A DEFORMAȚIEI STABILITĂ ÎNINIȚIAL	41
VI.4.5. SINTEZE VALORILE EXPERIMENTALE OBȚINUTE PENTRU SISTEMELE DE DOUĂ ȘI DE TREI SFERE	42
VI.5. CONCLUZII	43
VII. REZULTATE EXPERIMENTALE PRIVIND ARIA DE CONTACT LA DEFORMAREA SFERELOR DIN CAUCIUC	44
VII.1. METODICA DE DETERMINARE A ARIEI DE CONTACT	44
VII.2. DESFAȘURAREA EXPERIMENTELOR	44
VII.3. REZULTATE EXPERIMENTALE OBȚINUTE ÎN URMA MĂSURĂRII ARIEI DE CONTACT	45
VIII. CONSIDERAȚII PRIVIND SEPARAREA DEFORMAȚIILOR DIN VOLUM DE CELE DIN CONTACT	47
VIII.1. CONSIDERAȚII TEORETICE	47
VIII.2. DESFĂȘURAREA EXPERIMENTELOR ȘI INTERPRETAREA REZULTATELOR	51
VIII.2.1. CONSIDERAȚII TEORETICE	51
VIII.2.2. CALCULUL DEFORMAȚIILOR DIN CONTACT ȘI DIN VOLUM	52
VIII.2.3. DEFORMAREA UNEI SFERE ÎNTRE DOUĂ SUPRAFEȚE PLANE DIN MATERIAL RIGID ȘI CALCULUL DEFORMAȚIILOR	53
VIII.2.4. CALCULUL VOLUMULUI UNEI SFERE DEFORMATE ÎNTRE DOUĂ SUPRAFEȚE PLANE DIN MATERIAL RIGID	54
VIII.2.5. CONSIDERAȚII ASUPRA VALORII MODULULUI LUI YOUNG AL MATERIALULUI SFEREI	55
VIII.3. CONCLUZII	56
X. CONTRIBUȚII LA MODELAREA NUMERICĂ A CONTACTULUI CONCENTRAT, SFERE DE CAUCIUC-SUPRAFAȚĂ PLANĂ RIGIDĂ	57

IX.I. INTRODUCERE	57
IX.II. ELEMENTE DE MODELARE	57
IX.III. DETERMINAREA CARACTERISTICILOR MATERIALULUI SOLICITAT	58
IX.4. REZULTATE NUMERICE OBȚINUTE	59
IX.5. CONCLUZII	60
X. CONCLUZII ȘI DIRECȚII DE CERCETARE	61
BIBLIOGRAFIE	65

I. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR ÎN DOMENIUL STUDIULUI CONTACTULUI CONCENTRAT AL CORPURILOR DIN MATERIALE ELASTICE

I.1. SCURT ISTORIC

Mecanica contactului studiază solicitările și deformațiile care apar în solidele aflate în contact, sub acțiunea forțelor și se ocupă cu calculul lor static sau dinamic. Mecanica contactului este o disciplină fundamentală a ingineriei, absolut necesară pentru un design sigur și economic al sistemelor tehnice.

Dezvoltarea și diversificarea construcției de mașini și echipamente a dus la utilizarea pe scară cât mai largă a materialelor cu un comportament elastic neliniar, mai puțin studiate dar cu largă aplicabilitate. Acest lucru a determinat studii aprofundate ale comportamentului lor la solicitarea de contact.

Prima lucrare privitoare la mecanica contactului a apărut în anul 1882 și aparține lui **H. Hertz** [He882]. Acesta a dorit să cerceteze modificarea proprietăților optice ale lentilelor atunci când acestea sunt apășate de o forță. Ceea ce s-a obținut experimental, a fost mai apoi aplicat în toate domeniile ingineresti, în special în cadrul tribologiei. Mai târziu în 1895, Hertz [He895] deduce în premieră dimensiunile ariei de contact precum și distribuția presiunii în contactele punctuale.

Nouă ani mai târziu **Huber** [Hu04] oferă o soluție analitică determinând aria circulară de contact. Mai apoi **Fuchs**, propune în anul 1913 [Fu13], după o integrare aproximativă, direcțiile pe care acționează tensiunile principale. Valorile tensiunilor normale principale sunt stabilite în 1922, de către **Morton și Close** [Mo22].

În anul 1924, **Beleaev** [Be24] a prezentat pentru prima dată, distribuția de tensiuni în cazul contactului eliptic. Acesta a substituit soluția pentru componentele tensorului tensiune cu integrale. Problema stării de tensiuni într-un semispațiu elastic, generată de o presiune distribuită uniform pe o arie dreptunghiulară, a fost rezolvată utilizând metoda potențialului de către **Love** în anul 1929, [Lo29]. Mai apoi, în 1930, folosind integralele de tip eliptic, **Tomas și Hoersch** [To30], au calculat pentru câteva valori ale raportului semiaxelor elipsei de contact, $\beta = \frac{b}{a}$, componentele tensiunii pe axa centrală a contactului. Rezultatele obținute de aceștia au fost extinse de către **Lundberg și Palmgren**, [Lu47] și [Lu52]. **Jones** [Jo64] a rezolvat integralele propuse de **Beleaev** în 1924, reușind să obțină o soluție completă exprimată prin integrale eliptice.

Soluția obținută de **Jones** este analizată de către **Diaconescu** în anul 1975 [Di75] care constată că, pentru $x = y = 0$, soluția lui Jones este diferită de cea a lui Tomas și Hoersch și propune o soluție care să includă un semn omis de cei care s-au ocupat de această problemă. Peste zece ani, **Popinceanu, Gafițanu, Diaconescu, Crețu și Mocanu** [Po85], utilizează soluțiile obținute de Diaconescu [Di75] propunând expresiile componentelor tensorului tensiune.

I.2. DEFINIREA ȘI CLASIFICAREA CONTACTELOR CORPURILOR SOLIDE

În industrie piesele componente ale mașinilor și instalațiilor funcționează în ansamble care le fac să vină în contact unele cu altele, formând cuple cinematice sau îmbinări fixe.

După configurația contactului în cazul particular când sarcina normală tinde la zero, există:

- contacte *concentrate* sau *neconforme*;
- contacte de suprafață sau *conforme*.

Contactele neconforme sau *concentrate* apar atunci când, sub sarcină normală care tinde la zero cele două suprafețe în contact au în comun puncte situate pe un loc geometric de arie nulă. Acest loc geometric se poate reduce la un punct, caz în care contactul se numește contact *punctual* (figura I.1) sau la o curbă când contactul se numește contact *liniar* (figura I.2). În funcție de particularitățile geometrice ale suprafețelor limitrofe în zona contactului inițial, contactele pot fi *hertziene* sau *nehertziene*, [G199].

Contactele conforme apar atunci când sub sarcini normale infinit mici, cele două corpuri au în comun o regiune, suprafață inițială de contact. În urma creșterii sarcinii normale corpurile se apropie unul de altul cu o distanță mică, δ , numită apropiere între corpurile în contact iar numărul de puncte comune crește definind suprafața de contact. Contactele conforme se întâlnesc la îmbinări presate, cuple elicoidale, lagăre și ghidaje de alunecare cu joc nul, etc.

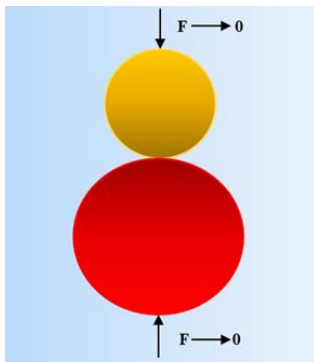


Figura I. 1. Contactul punctual, între două sfere.

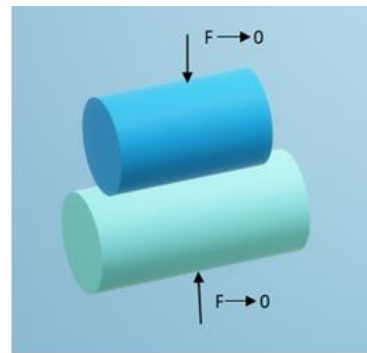


Figura I. 2. Contactul liniar între doi cilindri. pe generatoare.

I.3. CONTACTUL HERTZIAN

Contactul hertzian este un contact *concentrat* care îndeplinește simultan următoarele condiții:

- sub o sarcină normală care tinde la zero, contactul dintre cele două corpuri se realizează într-un singur punct geometric (*contact punctual*) sau după o curbă (*contact liniar*), aria de contact inițială fiind nulă;
- suprafețele celor două corpuri nu au singularități în punctele de contact inițial și în vecinătatea acestuia, adică suprafețele admit un singur plan tangent în orice punct;
- suprafețele sunt netede din punct de vedere geometric, fără abateri macro și microgeometrice.
- nu există frecare între suprafețele în contact, prin urmare între corpuri se poate transmite doar sarcină normală, tracțiunile tangențiale sunt zero;
- materialele corpurilor sunt continue, omogene, izotrope și liniar elastice;
- dimensiunile ariei de contact sunt mici în comparație cu razele principale de curbură ale suprafețelor în contact, prin urmare cele două corpuri pot fi asimilate cu semispații elastice.

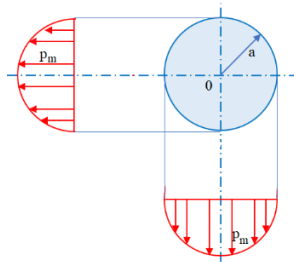


Figura I. 3. Contact hertzian circular.

În unele situații particulare, excentricitatea elipsei de contact (e) poate fi nulă, caz în care aria de contact devine un cerc, contactul devenind axial simetric. Acest contact poartă numele de *contact hertzian circular* (figura I.5).

În această situație elementele contactului hertzian circular vor avea expresiile:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3 \eta F}{2 k}}; \quad \text{I.9}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{9}{4} \eta^2 k F^2}; \quad \text{I.10}$$

$$p_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{3 k^2}{2 \eta^2} F}; \quad \text{I.11}$$

unde: a - raza ariei de contact;
 δ - apropierea între corpurile în contact;
 p_0 - presiunea maximă în contact;
 η - rigiditatea corpurilor în contact;
 F - sarcina normală;
 k - curbura redusă a contactului.

I.4. NOȚIUNI DE ELASTICITATE LINIARĂ VS. ELASTICITATE NELINIARĂ

Elasticitatea este o proprietate fizică a materialelor care se referă la capacitatea unui corp de a rezista unei solicitări și de a reveni la dimensiunea și forma inițială, atunci când solicitarea este îndepărtată. Există două tipuri de elasticitate: *liniară* și *neliniară*.

Elasticitatea liniară, se caracterizează prin capacitatea unui material de a avea un răspuns (deformație) proporțional cu forța aplicată.

Elasticitatea neliniară, se manifestă atunci când răspunsul materialului nu este proporțional cu forța aplicată. În acest caz, se constată că de la o încărcare inițială nulă, la o stare de încărcare oarecare, A , tensiunile nu cresc proporțional cu deformațiile specifice.

I.4.1. ELEMENTE DE ELASTICITATE NELINIARĂ

Diaconescu, [Di08], s-a ocupat cu studiul contactelor între corpuri din materiale neliniar elastice. Acesta a studiat cazul contactelor între piese din cauciuc și în conformitate cu rezultatele experimentale obținute, a concluzionat că bucla de histerzis generată de caracteristica tensiune-deformații la încărcare/descărcare, este foarte îngustă și prin urmare

poate fi neglijată. În acest caz, curbele de încărcare și descărcare pentru un corp din cauciuc supus unui proces de comprimare (OA și respectiv AO) coincid, așa cum se poate observa (figura I.9). Pentru a liniariza caracteristica curbă se consideră un punct M aparținând curbei OA și se construiește secanta OM. Panta acestei linii drepte definește *modulul de elasticitate secant*, E_S . Coarda OM, folosește o caracteristică pentru un material liniar elastic, egal cu modulul de elasticitate secant, E_S . Procedând astfel, putem determina tensiunea, σ_M , din punctul M folosind legea lui Hooke pentru coarda OM conform relației, [Ci09]:

$$\sigma_M = E_S \cdot \varepsilon \quad \text{I.16}$$

Dacă se consideră un alt punct N de pe curba caracteristică OA, modulul de elasticitate secant va avea o valoare diferită, care va depinde de valoarea deformației. În acest caz, ecuația (I.16) va putea fi rescrisă sub următoarea formă generală, [Ci0]:

$$\sigma(\varepsilon) = E_S(\varepsilon) \cdot \varepsilon \quad \text{I.17}$$

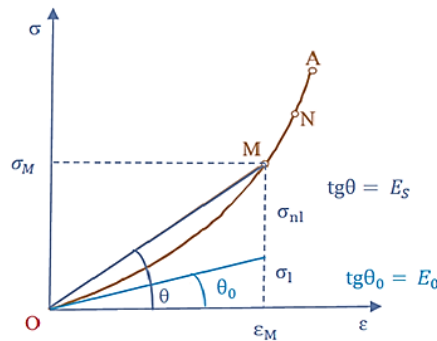


Figura I. 4. Corelația neliniară tensiune-deformație, [Di08].

Componenta liniară este dată de legea-lui Hooke:

$$\sigma_l = E_0 \cdot \varepsilon \quad \text{I.18}$$

Componenta neliniară poate fi scrisă, [Ci09], ca o funcție exponențială a deformației:

$$\sigma_{nl}(\varepsilon) = E_0 \cdot \varepsilon^m, \quad m > 1 \quad \text{I.20}$$

Conform [Ci09], o legătură între tensiune și deformație pentru materialele neliniar elastice, se obține prin sumarea celor două componente, liniară și neliniară:

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_l(\varepsilon) + \sigma_{nl}(\varepsilon) = E_0 \varepsilon (1 + \varepsilon^{m-1}) \quad \text{I.21}$$

Modulul de elasticitate secant, E_S , conform relației I.17. și I.21. este:

$$E_S(\varepsilon) = \frac{\sigma(\varepsilon)}{\varepsilon} = E_0 + E_0 \varepsilon^{m-1} \quad \text{I.22}$$

Elasticitatea neliniară poate fi de două tipuri: *hipoelasticitate* și *hiperelasticitate*.

I.4.2. HIPERELASTICITATEA

Hiperelasticitatea redă comportamentul neliniar al materialelor. Materialele hiperelastice au capacitatea de a suferi deformații mari atunci când sunt supuse acțiunii unor forțe și de a reveni la forma și dimensiunile inițiale după încetarea forței deformatoare.

Ronald Rivlin [Ri48] și Melvin Mooney [Mo40] au dezvoltat primele modele de solide hiperelastice și anume Neo-Hookean [Or84] și Mooney-Rivlin. Multe alte modele hiperelastice au fost dezvoltate de atunci, cum ar fi modelul Ogden [Og84], modelul Arruda – Boyce [Ar93], ș.a.

În figura I.11, sunt prezentate curbele tensiune-deformație pentru diferite modele de materiale hiperelastice [Og84].

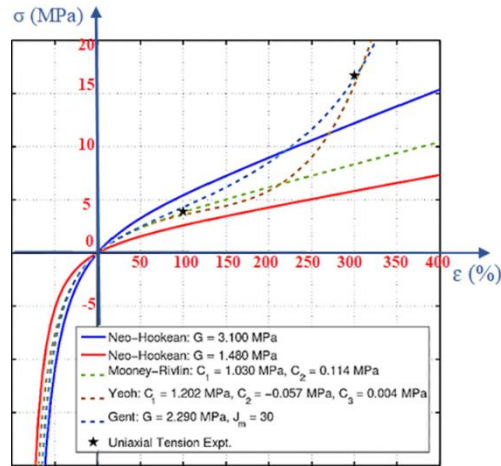


Figura I. 5. Curbele tensiune-deformație pentru diferite modele de materiale hiperelastice, [Og84].

Cel mai utilizat model pentru modelarea materialelor hiperelastice este modelul *Mooney–Rivlin*. Funcția energetică de deformație este definită în acest caz prin intermediul a doi invarianți ai tensorului deformație Cauchy-Green.

$$W = C_1(\bar{I}_1 - 3) + C_2(\bar{I}_2 - 3) \quad I.23$$

unde C_1 și C_2 sunt constante de material determinate empiric, iar \bar{I}_1 și \bar{I}_2 sunt primul și al doilea invariant al tensorului deformație Cauchy-Green.

I.5. CONTACTUL CONCENTRAT PUNCTUAL AL PIESELOR DIN CAUCIUC

I.5.3. STUDIUL CONTACTULUI CONCENTRAT AL PIESELOR DIN CAUCIUC

Conform [Ci09], în cazul unui contact neliniar-elastic, pornind de la legea generalizată a lui Hooke:

$$\sigma(\epsilon) = E_S(\epsilon) \cdot \epsilon, \quad I.26$$

Aplicând direct ecuațiile lui Hertz și folosind modulul secant, se determină elementele contactului pentru un material neliniar elastic:

- raza de contact

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{2}(1 - \nu^2) \frac{F}{kE_{sm}}} = a_0(1 + \epsilon_{zm}^{m-1})^{\frac{1}{3}} \quad I.32$$

-presiunea centrală

$$p_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{3}{2(1-\nu^2)^2} Fk^2 E_{sm}^2} = p_{00} \cdot (1 + \epsilon_{zm}^{m-1})^{\frac{2}{3}}; \quad I.33$$

- apropierea normală

$$I.34$$

$$\delta = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{9}{4} (1 - \nu^2)^2 \frac{F^2 k}{E_{sm}^2}} = \delta_0 \cdot (1 + \epsilon_{zm}^{m-1})^{\frac{2}{3}},$$

unde a_0 reprezintă raza de contact, p_{00} presiunea maximă și δ_0 apropierea normală, calculate cu formulele lui Hertz, utilizând modulul de elasticitate inițial E_0 , iar k este curbura redusă a contactului.

Ciutac [Ci09], reprezintă variația razei ariei de contact, a presiunii centrale maxime precum și a apropierii normale în funcție de sarcina normală F , la contactul neliniar elastic (curbe reprezentate cu culoarea mov), comparativ cu valorile obținute cu ajutorul teoriei hertziene (curbe reprezentate cu culoarea maro), pentru o valoare a modulului inițial de elasticitate $E_0 = 3,1$ MPa și $m = 1,2$.

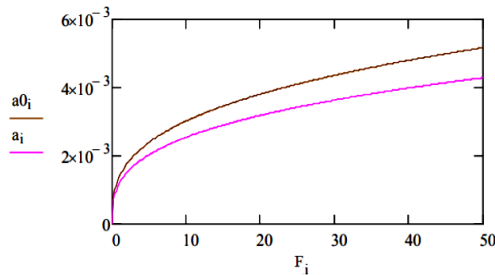


Figura I. 6. Comparație între variația razei ariei de contact/sarcină normală, obținute prin calcul/formula lui Hertz, [Ci09].

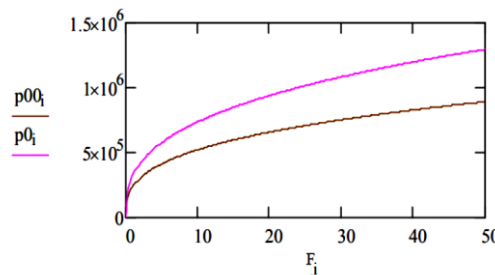


Figura I. 7. Comparație între variația presiunii centrale maxime/sarcină normală obținute prin calcul/formula lui Hertz, [Ci09].

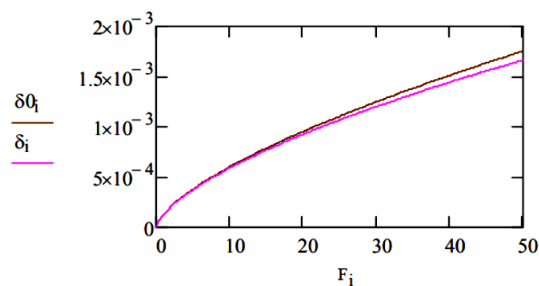


Figura I. 8. Comparație între variația apropierii normale/sarcină normală obținute prin calcul/formula lui Hertz, [Ci09].

Ciutac constată că valorile razelor de contact obținute în teoria neliniar elastică sunt mai mici față de cele obținute cu ajutorul teoriei hertziene, valorile obținute pentru presiuni centrale sunt mai mari în cazul teoriei neliniar elastice iar apropierea normală are valori puțin mai mici față de cele obținute cu teoria hertziană.

1.5.4. DETERMINAREA ELEMENTELOR CONTACTULUI CONCENTRAT AL PIESELOR DIN CAUCIUC UTILIZÂND O METODĂ RAPIDĂ

Formulele de calcul prezentate anterior I.32 - I.34, implică determinarea deformației specifice medii ε_{zm} , cu ajutorul rezolvării numerice a unei ecuații algebrice transcendente. Ciutac [Ci09], determină o astfel de metodă de rapidă de calcul pornind de la corelația neliniară între tensiune și deformație.

Expresiile elementelor de contact determinate astfel sunt date de relațiile:

- raza de contact

$$a = a_0 \cdot \left(\frac{3}{2} \frac{F}{\pi a_0^2 E_1} \right)^{\frac{1-m}{2m+1}}; \quad \text{I.45}$$

- presiunea centrală

$$p_0 = p_{00} \cdot \left(\frac{3}{2} \frac{F}{\pi a_0^2 E_1} \right)^{\frac{2(m-1)}{2m+1}}; \quad \text{I.46}$$

- apropierea normală

$$\delta = \delta_0 \cdot \left(\frac{3}{2} \frac{F}{\pi a_0^2 E_1} \right)^{\frac{2(1-m)}{2m+1}}. \quad \text{I.47}$$

Relațiile I.45, I.46 și I.47, ne dau valorile elementelor de contact în cazul unui contact concentrat între piese din materiale neliniar-elastice, dacă se cunoaște valoarea exponentului $m > 1$ și a constantei de material E_1 .

În urma comparației între metoda rapidă și cea numerică utilizate pentru calculul elementelor contactului concentrat, la piese din cauciuc, Ciutac constată că metoda rapidă este suficient de precisă pentru a fi utilizată în calcule inginerești.

I.6. CONCLUZII

Din analiza celor prezentate în acest capitol se pot desprinde următoarele concluzii:

- în cazul a două sfere confecționate din materiale liniar elastice, de raze r_1 și r_2 , aflate în contact, care sunt încărcate cu o forță normală F , relația între forță și apropierea între corpuri, δ , este de tip neliniar, deși ambele materiale au un răspuns liniar;
- în cazul unor materiale precum:cauciucul, spumele poliuretanică, materiale plastice, care deși revin la starea inițială la descărcare, dar nu parcurg același traseu ca la încărcare, solicitarea ciclică fiind caracterizată de o *curbă de histerezis*. Aria închisă de bucla de histerezis reprezintă energia disipată în material la un ciclu de încărcare descărcare;
- pentru studiul contactelor concentrate la corpurile din cauciuc [Ci09] Ciutac a determinat un model analitic simplu, care se bazează pe determinarea *modulului de elasticitate secant*, utilizând ca parametri numerici valoarea modulului inițial de elasticitate, E_0 , și valoarea exponentului deformației specifice, m . Cu ajutorul acestui model se pot calcula valorile elementelor contactului: *raza ariei de contact*, a , *presiunea centrală*, p_0 , și *apropierea normală*,

δ , prin rezolvarea numerică a unei ecuații algebrice transcendente, pentru deformația specifică normală medie pe aria de contact;

➤ pentru a ușura calculul elementelor contactului, pe baza rezolvărilor numerice, se utilizează ecuații analitice simple, care au fost deduse pentru un modul de elasticitate, $E_0 = 0$, iar E_1 și exponentul, m , au aceleași valori ca în cazul metodei exacte. Erorile apărute în acest caz sunt mici și scad odată cu creșterea sarcinii normale;

➤ în urma reprezentării grafice comparative a elementelor contactului (raza ariei de contact, presiunea centrală maximă și apropierea normală) în funcție de sarcina aplicată, pentru un contact neliniar elastic, față de date furnizate de teoria lui Hertz, (figura I.16), Ciutac apreciază că:

- există o sarcină F_0 , până la care caracteristica neliniară coincide cu cea hertziană iar pentru modelul și testele din [C i09] $F_0=15$ N, dar odată cu creșterea valorii sarcinii aplicate cele două curbe se îndepărtează tot mai mult una de cealaltă, între ele creându-se o divergență;

- valoarea divergenței dintre caracteristica neliniară și cea hertziană este cea mai pronunțată în cazul presiunii centrale și cea mai redusă în cazul apropierii normale;

- metoda utilizării apropierii normale pentru a studia comportarea liniar elastică față de cea neliniar elastică nu este recomandată deoarece este foarte puțin sensibilă.

O bună parte dintre elementele teoretice prezentate în acest capitol sunt utilizate în continuare pentru organizarea și tratarea conținutului tezei precum și pentru obținerea unor soluții de interes.

II. METODE EXPERIMENTALE PENTRU DETERMINAREA DEPLASĂRILOR ȘI DEFORMAȚILOR SPECIFICE LA CONTACTUL CONCENTRAT

Conform literaturii de specialitate, investigațiile experimentale care vizează măsurarea deformațiilor și deplasărilor specifice la diferite tipuri de contact se pot grupa în funcție de elementele ce urmează să fie măsurate, astfel:

- metode de măsurare a deformațiilor în punctele suprafeței limitrofe a semispațiului elastic, utilizând mărci tensometrice;
- metoda măsurării apropierii normale, utilizând senzori capacitivi;
- metode de determinare a dimensiunilor și formei ariei de contact, prin metoda vizualizării indirecte;
- metode de determinare a modulului de elasticitate longitudinal al cauciucului;
- metode experimentale de investigare a răspunsului sferelor din cauciuc la comprimare uniaxială.

II.3. DETERMINAREA DIMENSIUNILOR ȘI FORMEI ARIEI DE CONTACT PRIN METODA VIZUALIZĂRII INDIRECTE

Yu-Li Lin și colaboratorii [Li08] efectuează o serie de experimente în scopul modelării variației formei geometrice și a investigării diferitelor comportamente de comprimare la sferele incompresibile (volum invariabil) față de sferele moi cu volum variabil, prin două modele de comprimare, bazate pe forme diferite ale suprafeței laterale a sferei comprimate. Aceștia, folosind metoda analizei imaginii suprafeței comprimate, propun diferite modele de comprimare, pentru a estima variația formei geometrice a sferelor. Rezultatele experimentale arată că există o extensie laterală a suprafeței care nu intră în contact în timpul comprimării. Din analiza imaginii sferelor în timpul comprimării precum și a stării statice se poate descrie profilul suprafeței laterale (adică, suprafața care nu intră în contact în timpul comprimării).

Pentru determinarea mărimilor fizice se comprimă pe rând sfere din diferite materiale moi (compresibile sau incompresibile). Semnificația notațiilor este cea prezentată în *figura II.6*, unde: A - centrul sferei nedeformate, B - centrul sferei deformate, C și D – intersecțiile superioară și inferioară ale suprafeței de contact cu suprafața laterală, E - centrul suprafeței de contact, R - raza sferei nedeformate, R' - lungimea din centru până la suprafața laterală a sferei comprimate, δ – deformația, 2δ - deformația totală, a - raza suprafeței de contact, U - extensia laterală.

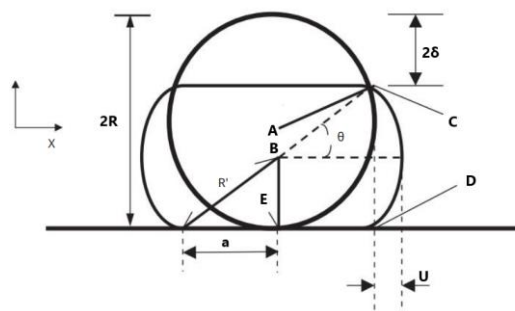


Figura II. 1. Comprimarea unei sfere din materiale moi (cauciuc/burete) [Li08].

Din figură se observă că raza suprafeței de contact, a, și aria suprafeței de contact, S, se pot calcula conform relațiilor:

$$a = \sqrt{R'^2 - (R - \delta)^2} \quad \text{II.6}$$

$$S = \pi a^2 = \pi(R'^2 - (R - \delta)^2) \quad \text{II.7}$$

Se consideră apoi un element de volum pe suprafața laterală a sferei comprimate, care este reprezentat în *figura II.7*.

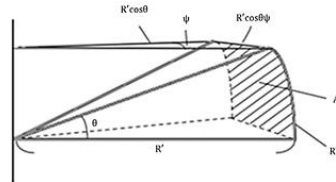


Figura II. 2. Element de volum din sfera comprimată, [Li08].

Zona hașurată reprezintă suprafața laterală a elementului de volum și se poate calcula cu relația:

$$dA = (R' d\theta) \cdot (R' \cos \theta d\psi) \quad \text{II.8}$$

Suprafața laterală a elementului de volum se obține integrând ecuația II.8. iar suprafața laterală totală a sferei comprimate (A_S) este dată de relația.

$$A_S = 4\pi R'^2 \sin \theta \quad \text{II.9}$$

Volumul sferei comprimate din figura II.6. se poate calcula cu relația:

$$V_f = 2\pi \left[R'^2 (R - \delta) - \frac{(R - \delta)^3}{3} \right] \quad \text{II.10}$$

În timpul comprimării volumul sferelor de cauciuc rămâne constant, deci volumul sferei din cauciuc înainte de comprimare, V_i va fi egal cu volumul sferei după comprimare, (V_f). Egalând cele două volume, V_i și V_f , se obține relația:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 2\pi \left[R'^2 (R - \delta) - \frac{(R - \delta)^3}{3} \right] \quad \text{II.11}$$

Din relația II.11, se poate calcula R' în funcție de R și δ .

Pentru studiul experimental sunt utilizate sfere din cauciuc cu diametrul de 4,8 cm respectiv 4 cm, și sfere din burete cu diametrul de 3,7 cm. Experimentele se realizează pe două standuri diferite.

Pentru ambele tipuri de sfere s-au reprezentat coordonatele profilurilor laterale ale sferelor deformate, s-au studiat și comparat extensiile laterale rezultate în urma comprimării pentru diferite rapoarte de comprimare ξ .

În urma analizării rezultatelor obținute s-au trasat diagramele forță-deformație, atât pentru sferele din cauciuc, cât și pentru sferele din burete (*figura II.12*). Din analiza acestora [Li08], se constată că atât pentru sferele de cauciuc, cât și pentru cele de burete, pentru un raport de comprimare mai mic de 10%, curbele urmează cu aproximație legea lui Hertz, forța fiind proporțională cu rata de comprimare la puterea $3/2$. Pentru valori mai mari ale raportului de comprimare, relațiile se abat de la teoria lui Hertz, pentru sferele de cauciuc valoarea puterii fiind de 2 iar pentru sferele de burete aceasta este de 3. Shima și colab. [Sh93] au studiat deformația sferelor de cauciuc pentru un raport mare de comprimare și au găsit pentru acestea, un coeficient al puterii care variază între 3 și 5.

S-a făcut apoi o comparație între aria de contact în cazul comprimării sferelor din cauciuc și a celor din burete cu valorile obținute experimental față de aria de contact a sferei din cauciuc cu valorile obținute prin calcul. Se observă o creștere mai mare a ariei de contact pentru sfera incompresibilă din cauciuc față de sfera compresibilă din burete (*figura II.16*). De asemenea se

observă o bună concordanță între rezultatele obținute experimental și cele obținute prin calcul (relațiile II.6 și II.7) pentru sfera din cauciuc, fapt ce validează metoda utilizată.

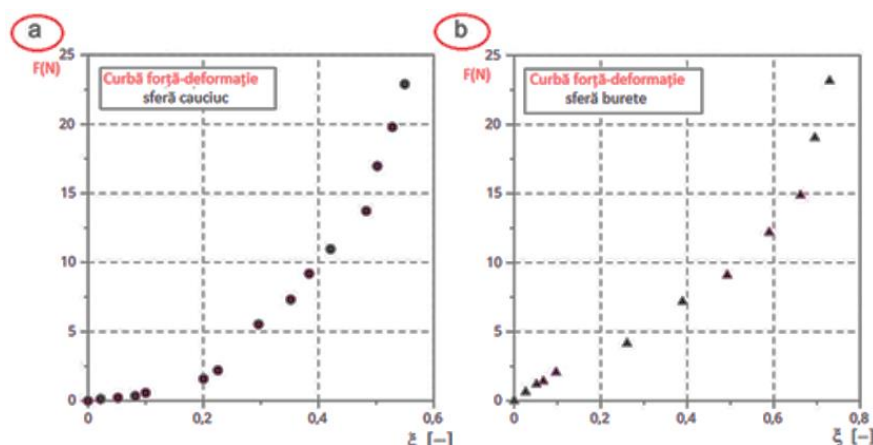


Figura II. 3. Curbele forță – raport de comprimare pentru:
(a) sfera din cauciuc, (b) sfera din burete [Li08].

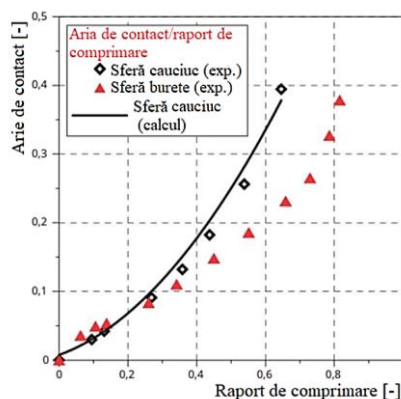


Figura II. 4. Grafic arie de contact/raport de comprimare [Li08].

Analizând rezultatele obținute se poate observa că variația formei geometrice a unei sfere supuse la comprimare este diferită în funcție de natura materialului. De asemenea se poate observa diferența dintre forma extensiei laterale la o sferă incompresibilă din cauciuc, față de o sferă compresibilă din burete. În cazul sferei incompresibile extensia laterală este mai mare deoarece volumul porțiunii comprimate migrează mai mult spre porțiunea fără contact.

II.6. CONCLUZII ȘI DIRECȚII DE CERCETARE

Din analiza celor prezentate în capitolul al II- lea se pot desprinde următoarele concluzii:

- Măsurarea deformațiilor specifice la contactul circular dintre un corp sferic și un semispațiu, în punctele suprafeței limitrofe a semispațiului elastic se poate face utilizând traductori parametrici rezistivi (*mărci tensometrice*).
- În problemele de contact apropierea normală dintre corpuri se poate măsura utilizând *senzori capacitivi*.

➤ Lin și colaboratorii [Li08] constată că, atât pentru sferile incompresibile cât și pentru cele compresibile, pentru un raport de comprimare mai mic de 10%, curbele forță/deformație urmează cu aproximație legea lui Hertz, forța fiind proporțională cu rata de comprimare la puterea 3/2. Pentru valori mai mari ale deformației, relațiile se îndepărtează de teoria lui Hertz, pentru sferile din cauciuc valoarea puterii este 2, iar pentru sferile din burete 3.

Analizând rezultatele obținute se poate observa ca variația formei geometrice a unei sfere supuse la compresiune este diferită în funcție de natura materialului din care aceasta este confecționată.

Având în considerare incompresibilitatea sferelor din cauciuc, din egalarea volumului sferei din cauciuc înainte de comprimare cu volumul sferei după comprimare se pot obține informații despre elementele geometrice ale sferei deformată.

➤ Waters [Wa65] efectuează o serie de studii experimentale asupra contactului dintre o sferă rigidă și o folie de cauciuc de diferite grosimi, în scopul determinării, prin metode nedistructive a modulului de elasticitate al cauciucului. Acesta deduce o relație empirică între modulul de elasticitate longitudinal, E , grosimea plăcii de cauciuc, aria de contact, încărcare și apropierea dintre corpuri, utilizând teoria lui Hertz. Pentru grosimi mari ale foliilor de cauciuc, rezultă o bună concordanță între teoria contactului elastic hertzian și rezultatele experimentale efectuate pe cauciuc vulcanizat, care are o comportare elastică neliniară.

➤ Drutowski [Dr68] a efectuat cercetări în vederea determinării modulului de elasticitate, măsurând cu ajutorul unui microscop raza de contact dintre o sferă din sticlă și diverse plăci din elastomer. Găsește o bună concordanță între aria de contact obținută pe cale experimentală și cea calculată experimental de către Hertz. Se observă că la descărcare, raza de contact are o altă dimensiune față de cea la încărcare datorită adeziunii.

➤ Katsamatas și colaboratorii [Ka22], efectuând o serie de experimente de comprimare uniaxiale, pentru a caracteriza răspunsul sferelor de cauciuc la încărcare verticală concluzionează că graficele forță/deformație pentru sferile cu cele trei dimensiuni nu coincid fapt ce indică că proprietățile materialelor sferelor de cauciuc sunt dependente de dimensiune. Aceștia observă, de asemenea, că materialul sferelor mici este mai rigid, deși este caracterizat de aceeași duritate pentru toate dimensiunile sferelor.

Capitolul II prezintă o serie de metode experimentale pentru determinarea deplasărilor și deformațiilor specifice la contactul pieselor din cauciuc, de tip sferic.

Investigațiile experimentale prezentate vizează măsurarea deformațiilor și deplasărilor specifice pentru diferite modele de contact și, anume, metode experimentale pentru măsurarea apropierii normale între corpurile în contact, a dimensiunilor și formei ariei de contact precum și pentru investigarea stării de deformație în planele centrale ale contactului. De asemenea, au fost prezentate metode experimentale pentru măsurarea deformațiilor specifice în punctele suprafeței libere a unuia dintre corpurile în contact și pentru investigarea configurației suprafeței deformată a unuia dintre corpuri. O parte dintre metodele experimentale prezentate în cel de al doilea capitol sunt utilizate în continuare, constituind un punct de plecare pentru experimentele care se vor desfășura în vederea obținerii unor noi soluții.

III. METODE EXPERIMENTALE UTILIZATE PENTRU STUDIUL CONTACTULUI CONCENTRAT AL CORPURILOR

DIN MATERIALE ELASTICE, DEZVOLTATE LA UNIVERSITATEA “ȘTEFAN CEL MARE” DIN SUCEAVA

Dintre rezultatele obținute la Universitatea “Ștefan cel Mare” Suceava, se amintesc cronologic cele mai relevante cercetări ale căror rezultate sunt în legătură directă cu prezenta teză de doctorat.

III.5. CONCLUZII ȘI DIRECȚII DE CERCETARE

III.5.1. CONCLUZII

Cel de al treilea capitol face o sinteză a metodelor experimentale utilizate la Universitatea “Ștefan cel Mare” din Suceava privitoare la studiul contactului concentrat al corpurilor din materiale elastice.

Glovnea [Gl 99] a propus o nouă tehnică de investigare a contactelor elastice utilizând metoda profilometriei cu laser. Prin examinarea profilelor de reflectivitate se pot determina configurația și dimensiunile ariei de contact. Dimensiunile ariei de contact s-au putut estima prin mai multe procedee. Prin primul procedeu, s-au estimat raza ariei de contact prin reprezentarea liniilor de nivel de reflectivitate constantă, (figura III.4) iar cel de al doilea procedeu, utilizează aceeași reprezentare bazată pe o facilitate a programului 2D-UB Soft, care furnizează cu mare precizie, valoarea ariei de contact, delimitată de o curbă închisă de nivel. În ambele procedee valorile găsite experimental pentru razele ariilor de contact au fost comparate cu cele estimate prin teoria lui Hertz, observându-se o bună concordanță între acestea.

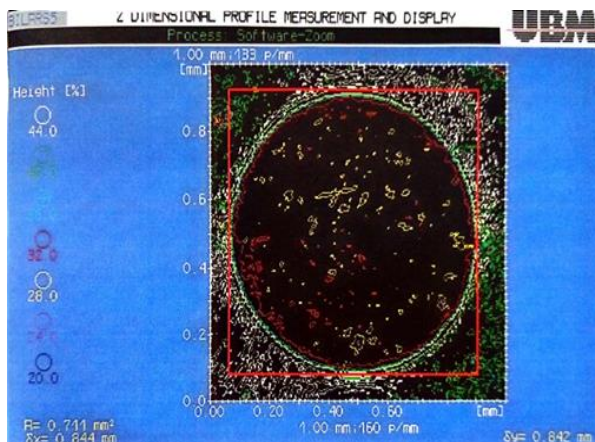


Figura III. 1. Determinarea diametrului ariei de contact: $2a = \sqrt{\delta_x \cdot \delta_y}$, [Gl99].

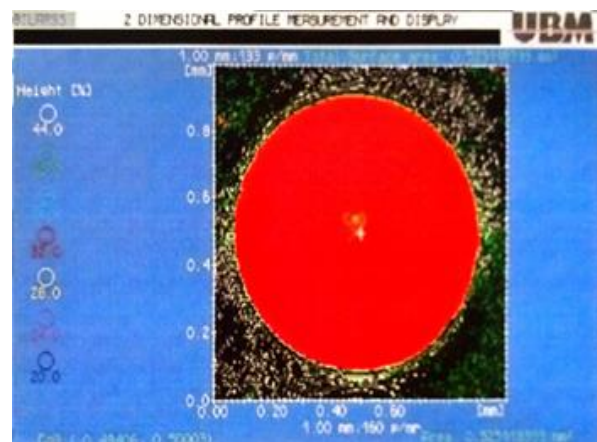


Figura III. 2. Evaluarea directă a ariei de contact, [Gl99].

Ciornei [Ci04] studiază evoluția elementelor contactului circular dintre o sferă din cauciuc sau dintr-un polimer și o placă plană din sticlă, suficient de groasă pentru a putea fi asimilată cu un semispațiu rigid, cu ajutorul unor aparate și dispozitive aflate în dotarea Laboratorului de Mecanica Contactului din cadrul Facultății de Inginerie Mecanică, Autovehicule și Robotică din cadrul Universității Suceava. Ciornei, determină, în cadrul experimentelor efectuate, raza ariei de contact, apropierea dintre corpuri precum și forța de încărcare atât în regim static cât și în regim variabil.

Valorile obținute pentru diametrele experimentale ale ariei de contact au fost prelucrate în Mathcad, rezultând astfel variația în timp a razei experimentale de contact, (figurile III.11, III.12).

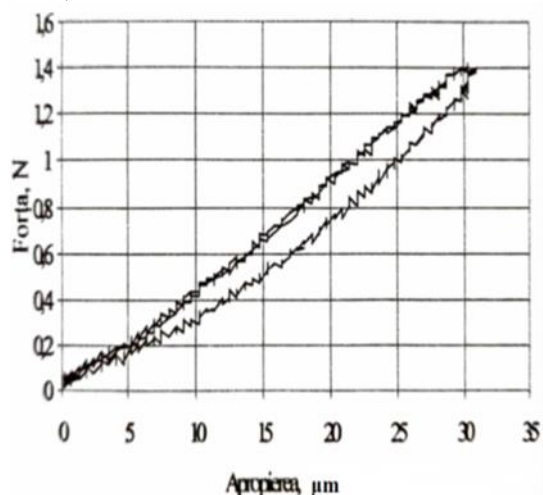


Figura III. 3. Buclă histerezis BCDUR90 Pst = 0,006 N, Pmax = 1,37 N, f=0,46 Hz.

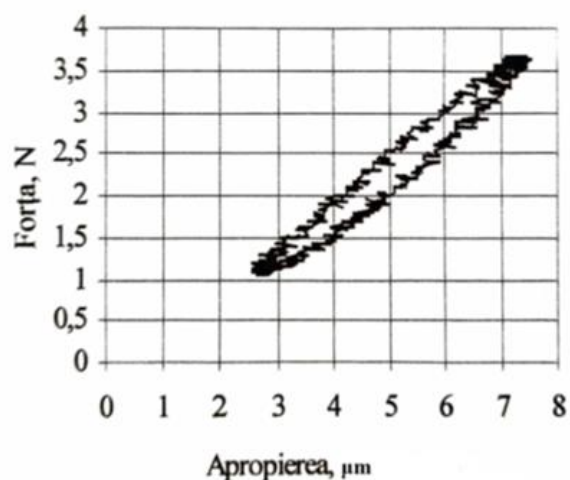


Figura III. 4. Buclă histerezis NAM Pst = 1,086 N, Pmax = 3,65 N, f=1,47 Hz.

Ciornei [Ci04] concluzionează că, un contact dinamic dintre o sferă din cauciuc și o placă din sticlă prezintă *histeresis*, pus în evidență de curbele trasate în coordonate apropiere normală / forță. Studiind pierderile prin histeresis aceasta observă că pierderile prin histeresis cresc rapid cu frecvența până la valoarea de 1 Hz și apoi prezintă tendință de stabilizare în jurul valorii de 25%, în cazul sferelor din cauciuc.

La contactul dintre o sferă dintr-un polimer tip NAM și o placă din sticlă apare de asemenea curba de histeresis. Buclele de histeresis au forma apropiată de cea a unei elipse. În acest caz, pierderile prin histeresis sunt sub 22% prezentând o alură ușor crescătoare cu frecvența. Acest fapt confirmă natura vâscoelastică a materialului, Ciornei constată că înclinarea buclelor crește ușor cu frecvența. Gren [Gr02], arată că o comportare vâscoelastică a unui material este confirmată și de creșterea pantei buclei de histeresis odată cu creșterea frecvenței solicitării. În cazul sferelor confecționate din polimer tip NVC, buclele de histeresis au, de asemenea, formă apropiată de cea a unei elipse. Înclinarea buclelor de histeresis crește, și în acest caz, ușor cu frecvența, odată cu creșterea frecvenței solicitării, fapt ce confirmă comportarea vâscoelastică a materialului.

Ciutac [Ci09] îmbunătățește standul experimental conceput de Ciornei [Ci04] în scopul investigării contactelor circulare cu elemente din cauciuc. Acesta determină prin încercări experimentale, aria de contact dintre o sferă din cauciuc și o placă plană de sticlă atât în regim static cât și dinamic.

În urma experimentelor efectuate Ciutac constată că, la o solicitare cvasistatică, la contactul dintre o sferă din cauciuc și o placă plană din sticlă, curbele de încărcare/descărcare coincid, fapt ce confirmă că în acest regim histeresisul este mic. În urma trasării curbelor de variație a razei de contact dintre o sferă din cauciuc și o placă plană din sticlă la încărcare/descărcare acesta constată, că după aplicarea unei sarcini statice, raza de contact crește rapid cu cca. 10% și apoi se stabilizează într-un timp foarte scurt.

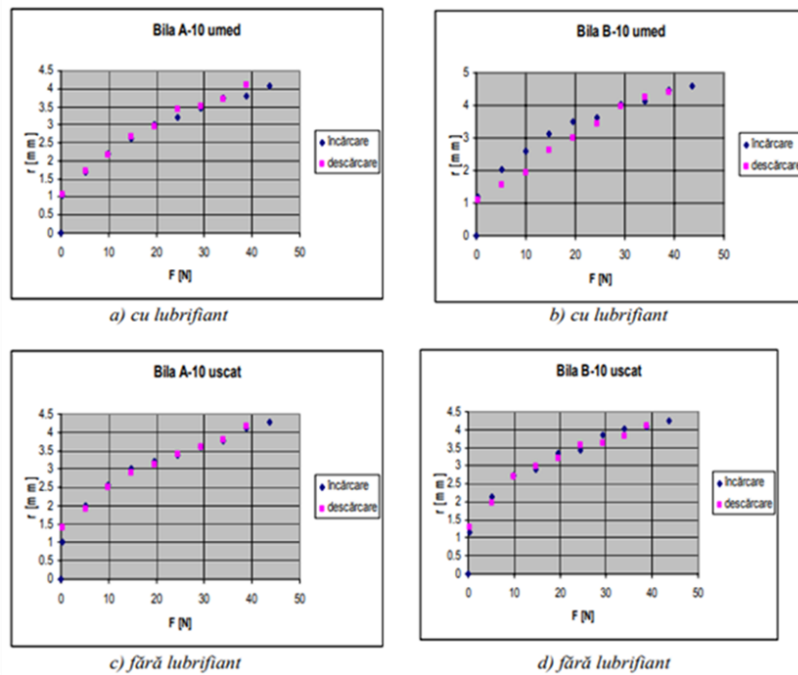


Figura III. 5. Rezultate experimentale obținute în regim static pentru cele 10 valori ale forței sferelor A și B la contact umed și uscat.

Românu [Ro13] modelează contactul circular dintre două sfere identice din cauciuc, (figura III.30) și dintre o sferă din cauciuc și un semispațiu rigid cu ajutorul elementelor finite și apoi compară rezultatele obținute cu cele din literatura de specialitate. Acesta concluzionează că sfera din cauciuc suferă deformații în întregul volum iar datorită deformațiilor mari între suprafețele în contact apar deplasări. De asemenea el observă că în zona centrală deși presiunea este maximă, deplasările sunt mici, iar tensiunile de forfecare pe suprafața dintre sfera de cauciuc și semispațiu rigid vor fi mici. Înaintând spre periferia ariei de contact, deplasările cresc deși presiunea normală scade, fapt ce produce un maxim al tensiunilor de forfecare.

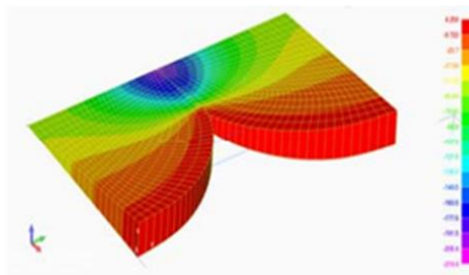


Figura III. 6. Vedere izometrică a modelului sferelor în contact, [Ro13].

III.5.2. DIRECȚII DE CERCETARE

Având în vedere concluziile deduse se pot prefigura următoarele direcții de cercetare în prezenta teză:

Realizarea unui nou stand experimental, având ca bază de plecare standurile și dispozitivele existente în Laboratorul de Mecanica Contactului din cadrul Facultății de

Inginerie Mecanică a Universității din Suceava, în scopul modelării solicitării și deformării contactului concentrat al corpurilor sferice din materiale neliniar elastice de dimensiuni mai mari;

➤ Determinarea experimentală a deformației și ariei de contact dintre sfere din materiale neliniar elastice având diametre egale, precum și dintre sfere din materiale neliniar elastice și o suprafață plană, rigidă;

➤ Modelarea cu element finit a contactului dintre sfere din materiale neliniar elastice și dintre sfere din materiale neliniar elastice și o suprafață plană rigidă;

➤ Studii teoretice și experimentale în vederea determinării deformației sferelor și separarea acestora în deformație din contact și din volum, pentru contactul dintre sfere din materiale neliniar elastice precum și dintre sfere din materiale neliniar elastice și o suprafață plană rigidă;

➤ Validarea cercetărilor teoretice și experimentale.

➤ *Din analiza stadiului actual privind studiul contactului concentrat al corpurilor din materiale neliniar elastice, se concluzionează că, în cazul corpurilor ușor deformabile, cum sunt cauciucurile, spre deosebire de oțeluri care au modulul de elasticitate mare, deformațiile de volum au valori mari, comparabile cu cele de contact și care pot afecta în mod sensibil, funcționarea echipamentelor mecanice în care intervin. Din acest motiv, se propune ca direcție de cercetare în prezenta teză, studiul și separarea deformațiilor locale din contact și a celor din volum, precum și a deformațiilor totale ale corpurilor.*

IV. BAZĂ EXPERIMENTALĂ PENTRU STUDIUL CONTACTULUI CONCENTRAT LA CORPURI DIN MATERIALE NELINIAR ELASTICE

În scopul studierii deformabilității corpurilor din cauciuc de formă sferică, de rigiditate redusă (elastice), mai precis a măsurării dependenței sarcină normală - apropiere în contact, cât și pentru a studia gradul de abatere a comportării acestor corpuri/materiale de la comportamentul hertzian, în cadrul tezei, a fost conceput un stand, aflat acum în dotarea Laboratorului de Tribologie și Mecanica Contactului din cadrul Facultății de Inginerie Mecanică, Autovehicule și Robotică din Universitatea „Ștefan cel Mare” din Suceava.

IV.1. STAND PENTRU TESTAREA SFERELOR DIN CAUCIUC

Schema bloc a instalației experimentale pentru testarea sferelor din cauciuc este prezentată în *figura IV.1.*

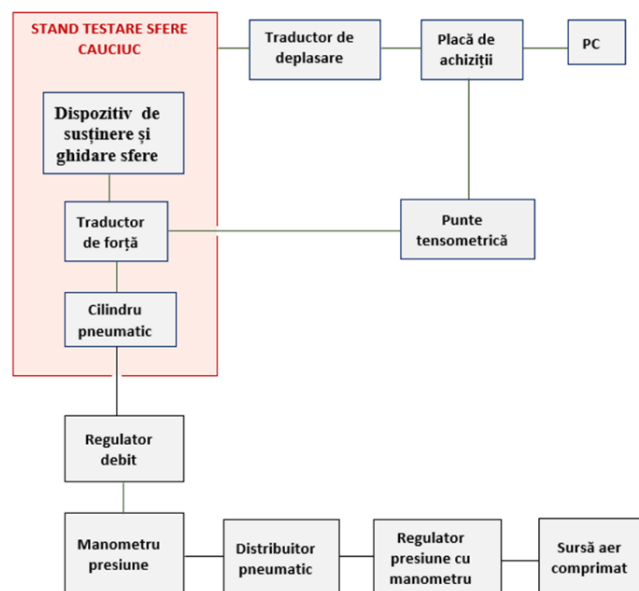


Figura IV. 1. Schema bloc a instalației experimentale pentru testarea sferelor din cauciuc.

Instalația experimentală este formată, în principiu, din următoarele părți componente:

Stand propriu-zis de testare a sferelor din cauciuc, care are în componență, un dispozitiv de susținere și ghidare a sferelor, un traductor de forță și un cilindru pneumatic. Pe standul de testare al sferelor este montat și un traductor de deplasare;

Instalația experimentală mai are în componență: O punte tensometrică, o placă de achiziții, un calculator, un regulator debit, un manometru presiune, un distribuitor pneumatic, un regulator presiune cu manometru, o sursă de aer comprimat.

Standul pentru testarea sferelor de cauciuc este reprezentat în *figurile (IV.2. și IV.3)* și este compus din următoarele elemente:

1. placă de bază fixă;
2. placă intermediară mobilă;
3. placă superioară fixă;
4. coloane de ghidare;

5. tije siguranță;
6. opritor siguranță;
7. bușe de ghidare cu bile;
8. cilindru pneumatic;
9. dispozitiv de susținere și ghidare a sferelor;
10. traductor de deplasare;
11. traductor de forță.

Cele două coloane, 4, susțin placa superioară 1 și cea inferioară 3 cu ajutorul unor dispozitive de susținere și ghidare și a unor șuruburi de fixare (figura IV.4). Coloanele au rolul de a ghida deplasarea plăcii mobile 2, pe verticală, în ambele sensuri, cu ajutorul celor două bușe cu bile, care reduc frecarea în lagăre (figura IV.5).

Standul este prevăzut și cu un sistem de siguranță care limitează deplasarea plăcii mobile. Acesta este format din două tije de siguranță 5, care au montate pe ele două opritoare de siguranță 6 și sunt fixate pe placa fixă 2 cu ajutorul a două piulițele de fixare (figura IV.2).

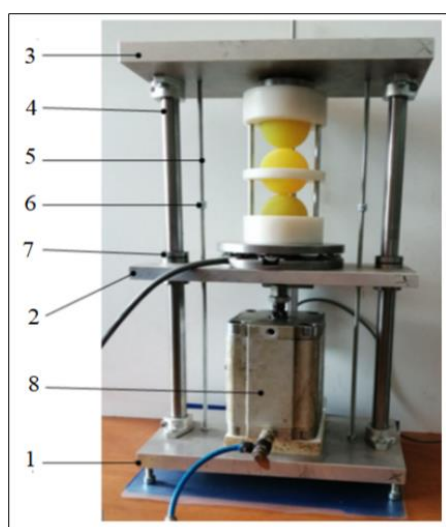


Figura IV. 2. Stand pentru testarea sferelor din cauciuc (vedere din față).

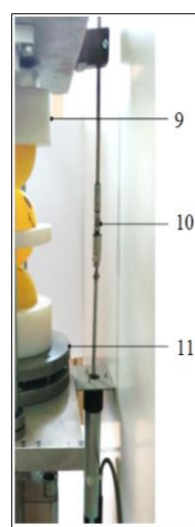


Figura IV. 3 Stand pentru testarea sferelor din cauciuc (vedere laterală)



Figura IV. 4. Dispozitiv de fixare a coloanelor de ghidare.



Figura IV. 5 Bucșe cu bile.

Între placa superioară fixă și placa intermediară mobilă 2 este montat dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor, care sunt montate într-un *dispozitiv special de susținere și ghidare*, a cărui funcționare este oarecum similară cu a standului, în sensul că fiecare sferă este menținută pe poziția corectă prin intermediul unui element mecanic. Întreg ansamblul este poziționat prin intermediul unor mini-coloane 3 (figura IV.6).

Dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor a fost construit în diferite variante, în funcție de seturile de sfere utilizate la experiment, respectiv două sau trei sfere identice, din

cauciuc, având diametrele de $\varnothing_1 = 42,3$ mm și respectiv $\varnothing_2 = 54,4$ mm. În figura de mai jos este prezentat un dispozitiv de susținere și ghidare pentru trei sfere identice cu diametrele $\varnothing_1 = 42,3$ mm.

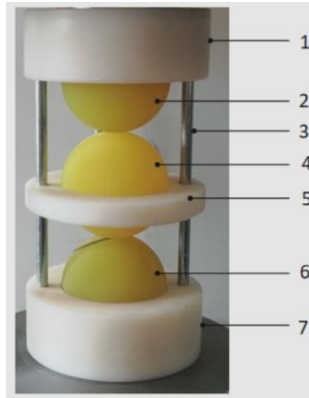


Figura IV. 6. Dispozitiv de susținere și ghidare a sferelor de cauciuc.

(1 – suport superior de susținere a sferelor,; 2 – sferă superioară, 3 – mini-coloane de ghidare, 4 – sferă intermediară, 5 – inel de susținere și ghidare pentru sfera intermediară, 6 – sferă inferioară, 7 – suport inferior de susținere sferă).

S-a avut în vedere aplicarea sarcinii pe direcția centrelor sferelor, precum și înlăturarea deformărilor parazite, apărute la contactele de sprijin. În cazul în care contactul s-a realizat între trei sfere, a fost conceput un element de ghidare pentru sfera intermediară și anume un inel de ghidare montat pe coloanele de ghidare a dispozitivului de susținere

Poziționarea relativă a sferelor precum și posibilitatea de deplasare, de apropiere/îndepărtare, a fost realizată prin intermediul a două mini coloane cilindrice.

Pentru a se putea face un studiu de separare a deformațiilor din contact față de deformațiile din volum ale sferelor, dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor a fost realizat în două versiuni, respectiv cu cavitățile suporturilor de susținere superioare și inferioare de formă cilindrică cu fund plat, și în varianta a doua, cu cavități semisferice care să copieze forma efectivă a sferelor din cauciuc.

S-au realizat astfel douăsprezece variante de dispozitive de susținere și ghidare a sferelor:

Pentru setul de două sfere cu diametrul $\varnothing_1 = 42,3$ mm s-au realizat trei variante constructive:

- dispozitiv de susținere și ghidare pentru două sfere sprijinite în suporturi semisferice.
- dispozitiv de susținere și ghidare pentru două sfere sprijinite combinat, una într-un suport cu fund plat și una într-un suport semisferic.
- dispozitiv de susținere și ghidare pentru două sfere sprijinite în suporturi cu fund plat.

Pentru setul de trei sfere cu diametrul $\varnothing_1 = 42,3$ mm în trei variante:

- dispozitiv de susținere și ghidare pentru două sfere sprijinite în suporturi semisferice și sferă intermediară.
- dispozitiv de susținere și ghidare pentru două sfere sprijinite una într-un suport cu fund plat și una într-un suport semisferic și sferă intermediară.
- dispozitiv de susținere și ghidare pentru două sfere sprijinite în suporturi cu fund plat și sferă intermediară.

Pentru sferele cu diametrul $\varnothing_2 = 54,4$ mm s-au realizat, de asemenea, șase tipuri de dispozitive asemenea celor enumerate mai sus. În figurile (IV.7-IV.12), sunt prezentate variantele de dispozitive de susținere și ghidare utilizate la experimente, pentru un set de două și respectiv trei sfere.

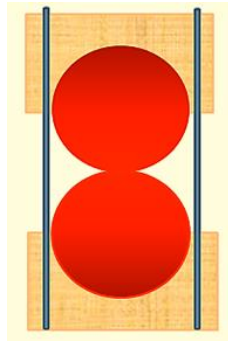


Figura IV. 7. Dispozitiv de susținere și ghidare cu două sfere sprijinite în suporturi semisferice.

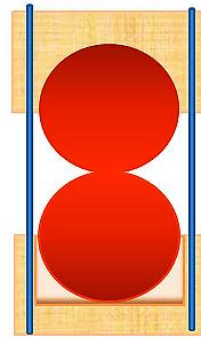


Figura IV. 8. Dispozitiv de susținere și ghidare cu două sfere sprijinite într-un suport cu fund plat și un suport semisferic.

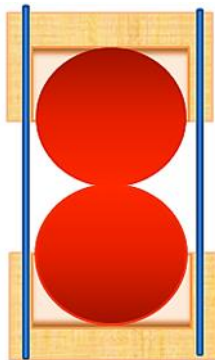


Figura IV. 9. Dispozitiv de susținere și ghidare cu două sfere sprijinite în suporturi cu fund plat.

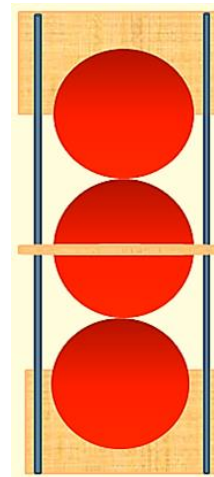


Figura IV. 10. Dispozitiv de susținere și ghidare cu două sfere și sferă intermediară sprijinite în suporturi semisferice.

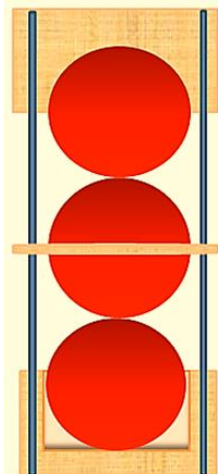


Figura IV. 11. Dispozitiv de susținere și ghidare cu două sfere și sferă intermediară sprijinite într-un suport cu fund plat și un suport semisferic.

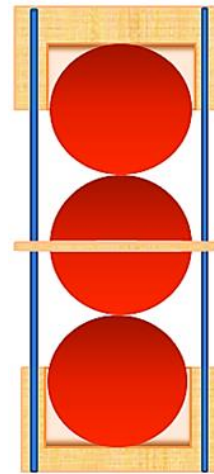


Figura IV. 12. Dispozitiv de susținere și ghidare cu două sfere și sferă intermediară sprijinite în suporturi cu fund plat.

Măsurarea forței de comprimare și a deplasării se face cu ajutorul unui traductor de forță și a unei punți tensometrice, respectiv a unui traductor de deplasare. Traductoarele sunt conectate la o unitate centrală de prelucrare a datelor prin intermediul unei plăci de achiziție a datelor.

Traductorul de deplasare, 10, măsoară modificarea distanței dintre placa mobilă, 2, și placa superioară, 3, din care se poate stabili deformarea totală a sferelor. Montarea pe stand a traductorului de deplasare se realizează, ca în *figura IV.3*, respectiv un capăt al traductorului se fixează pe placa mobilă 2, iar celălalt capăt pe placa fixă 3.

Sub dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor, pe placa mobilă 2, este montat traductorul de forță, 11, care, inițial, măsoară greutatea dispozitivului de susținere și ghidare a sferelor, cu sferile amplasate în dispozitiv și, în timpul experimentului, la această greutate se mai adaugă forța ce solicită sistemul.

Observație: În momentul amplasării dispozitivului de susținere și ghidare a sferelor pe traductorul de forță, între dispozitiv și placa superioară există o oarecare distanță, necesară pentru a putea fi posibilă montarea.

Forța necesară deplasării plăcii mobile este dezvoltată de un cilindru pneumatic, care este alimentat de la o sursă de aer comprimat. Această soluție a fost aleasă pentru a permite încărcarea cu viteză foarte mică, corelată cu debitul de aer admis în cilindru.

Descărcarea sistemului se face prin eliberarea aerului din cilindru, sferile împingând plăcile prin forța elastică generată prin deformare, precum și prin forțele gravitaționale.

Se neglijează forțele de frecare în bușele de ghidare ale plăcii mobile deoarece aceste bușe sunt bușe cu bile, deci cu frecare de rostogolire, de valoare foarte mică.

Regulatorul de debit (Drosel), manometrul presiune, distribuitorul pneumatic precum și regulatorul de presiune cu manometru, au rolul de a regla și controla cât mai precis presiunea și debitul de aer ce ajung la cilindrul pneumatic (*figura IV.1*).

Informațiile furnizate de traductoare sunt transmise unei punții tensometrice și ajung apoi la placa de achiziție a datelor. Datele înregistrate de traductorul de deplasare sunt transmise plăcii de achiziție a datelor și transmise apoi unui PC.

IV.2. DESCRIEREA CONSTRUCTIVĂ A SISTEMULUI DE ÎNCĂRCARE

Sistemul de încărcare, asigură realizarea ciclului de încărcare/descărcare în mod continuu și este format din: *cilindru pneumatic, regulatorul de debit, manometru, distribuitor pneumatic, regulator de presiune cu manometru, sursa de aer comprimat.*

Regulatorul de debit are rolul de a regla debitul de aer la intrarea și ieșirea din cilindrul pneumatic, ceea ce duce la reglarea vitezei de deplasare a cilindrului. Distribuitorul pneumatic are două căi, care permit trecerea aerului comprimat spre cilindrul pneumatic în faza de încărcare, precum și eliberarea progresivă a aerului din instalație în faza de descărcare. Forța necesară descărcării este dată de greutatea proprie a plăcii mobile, greutatea traductorului de forță și a unei părți a dispozitivului de poziționare.

IV.3. DESCRIERE CONSTRUCTIVĂ A SISTEMULUI DE MĂSURARE ȘI ACHIZIȚIE A DATELOR

Sistemul de măsurare și achiziție a datelor permite determinarea a două mărimi:

- forța necesară deplasării plăcii mobile** – determinată cu ajutorul traductorului de forță;
- deplasarea** – determinată cu ajutorul traductorului de deplasare.

IV.3.1. DETERMINAREA FORȚEI DE DEFORMARE CU AJUTORUL TRADUCTORULUI DE FORȚĂ

Determinarea forței de deformare se face cu ajutorul unui traductor rezistiv (marcă tensometrică). În încercările experimentale efectuate în cadrul prezentei lucrări pentru măsurarea forței, mărcile tensometrice (1) sunt amplasate în interiorul a două discuri, unul inferior (2), solidar cu placa mobilă (3) și unul superior (4), solidar cu suportul inferior al dispozitivului de susținere și ghidare a sferelor (5). Toate aceste elemente alcătuiesc traductorul de forță (6), care măsoară inițial greutatea dispozitivului de susținere și ghidare a sferelor și în timpul experimentului, la această greutate se mai adaugă forța ce solicită sistemul, *figura IV.16*.

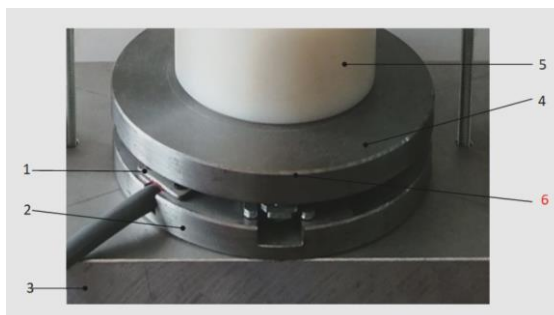


Figura IV. 13. Traductorul de forță

(1-mărci tensometrice, 2-disc inferior, 3-placă fixă, 4-disc superior, 5-suport dispozitiv fixare sfere, 6- traductor).

În urma etalonării forța de apăsare va fi: **1volt (V) = 6,13 Kg = 6,13 · 9,81 N = 60,13 N**

IV.3.2. DETERMINAREA DEFORMAȚIEI SFERELOR

Pentru a măsura deplasarea relativă în timpul efectuării experimentelor, în prezenta lucrare, se procedează astfel: cursorul traductorului 1, care se deplasează pe înfășurarea rezistivă, este solidar cu placa fixă 4. Înfășurarea rezistivă 2, a traductorului liniar este atașată la placa mobilă 5. În momentul în care placa mobilă se deplasează vertical cu ajutorul cilindrului pneumatic, traductorul 3, măsoară distanța (deplasarea) dintre placa mobilă 5 și cea fixă 4, așa cum se poate observa în *figura IV.19*.

Deplasarea plăcii mobile are drept consecință comprimarea/decomprimarea sferelor, din dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor, deoarece suportul inferior al dispozitivului este așezat pe placa mobilă iar suportul superior al dispozitivului se oprește în placa fixă.

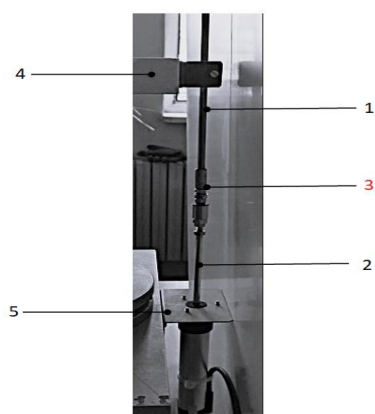


Figura IV. 14. Traductorul de deplasare.

Datele măsurate sunt transferate plăcii de achiziție LabJack U 12 și apoi transmise prin intermediul cablului de date la un computer, unde sunt recepționate și prelucrate. Traductorul furnizează la ieșire o tensiune corelată cu deplasarea relativă.

Pentru a transforma mărimea de ieșire înregistrată în deplasare s-a făcut o etalonare și s-a stabilit că unei tensiuni electrice de 5 V îi corespunde o deplasare de 75 mm.

1V = 15 mm.

V. METODICA DE LUCRU ȘI DE PRELUCRARE A DATELOR

Pentru efectuarea experimentelor, pe standul prezentat în capitolul anterior, în scopul studierii deformabilității corpurilor de formă sferică, de rigiditate redusă se procedează la alegerea dispozitivului de susținere și ghidare a sferelor, specific tipului de experiment efectuat. După cum s-a precizat anterior, au fost realizate mai multe tipuri de dispozitive de susținere și ghidare a sferelor, care să permită poziționarea relativă a sferelor cu linia centrelor pe direcția forței. Astfel, în funcție de numărul de sfere utilizate la experiment s-au construit dispozitive de susținere și ghidare a sferelor pentru seturi de două, respectiv trei sfere. Suporturile de susținere inferioare și superioare, în care se poziționează sferile au dimensiuni diferite în funcție de dimensiunile sferelor utilizate la experiment, respectiv $\varnothing_1 = 42,35$ mm și $\varnothing_2 = 54,4$ mm.

V.I. ÎNCĂRCAREA - COMPRIMAREA SFERELOR

✓ Cu cilindrul pneumatic în stare descărcată și pistonul în poziția inferioară se așază traductorul de forță deasupra plăcii mobile.

✓ Peste traductorul de forță se amplasează dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor alegând una dintre variantele prezentate anterior.

Observație: În momentul amplasării dispozitivului de susținere și ghidare a sferelor pe traductorul de forță, între dispozitiv și placa superioară trebuie să existe o distanță oarecare altfel nu ar putea fi posibilă montarea.

✓ Se reglează traductorul de forță și cel de deplasare la zero și se conectează placa de achiziție.

✓ Se pune în funcțiune sursa de aer comprimat.

✓ Odată ajuns în cilindru, aerul comprimat împinge tija pistonului, care împinge la rândul ei placa mobilă. Deplasarea plăcii mobile se realizează pe direcție verticală, în sus, concomitent cu suportul inferior de susținere al dispozitivului. În momentul în care dispozitivul atinge placa superioară fixă a standului de testare, începe comprimarea sferelor.

✓ *Observație:* Se neglijează forțele de frecare în bușele de ghidare ale plăcii mobile deoarece bușele sunt cu bile, deci cu frecare de rostogolire, de valoare foarte mică.

Pe tot parcursul comprimării, forța măsurată cu ajutorul traductorului de forță, include și o valoare egală cu greutatea sferelor cumulată cu greutatea dispozitivului de susținere și ghidare. Scăzând această valoare constantă din toate valorile înregistrate din momentul în care dispozitivul de susținere și ghidare atinge placa superioară fixă și începe comprimarea sferelor se obține forța efectivă care solicită ansamblul de sfere.

În figura V.1, sunt prezentate diferite stadii de comprimare ale sferelor.

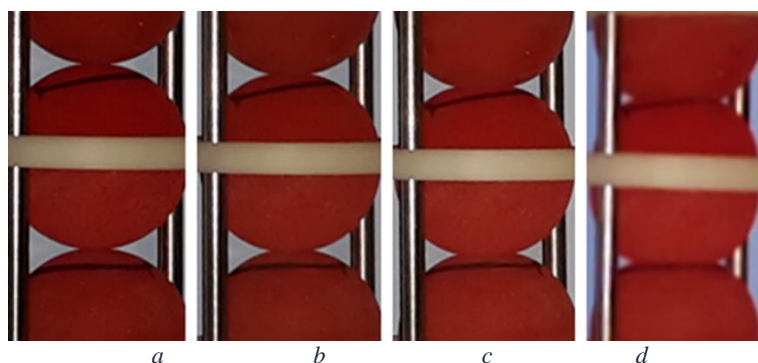


Figura V. 1. Diferite stadii de comprimare ale sferelor. dispozitiv de susținere cu două sfere și sferă intermediară cu inel de susținere.

✓ Traductoarele de forță de deplasare sunt conectate la placa de achiziție a datelor. De la placa de achiziție a datelor, informațiile sunt transmise unui PC.

✓ Deplasarea plăcii mobile se transmite sferelor din cauciuc acestea deformându-se prin comprimare. Când gradul de deformare a atins valoarea dorită, se oprește admisia aerului în cilindrul pneumatic.

V.2. DESCĂRCAREA - DECOMPRIAREA SFERELOR

În faza de descărcare are loc decompriarea sferelor de cauciuc. Descărcarea sistemului se face prin eliberarea aerului din cilindrul pneumatic. Deoarece aceasta este lentă, ea poate fi echivalată cu o solicitare cvasistatică.

✓ Viteza de deplasare a cilindrului pneumatic este reglată prin modificarea debitului de aer din cilindrul pneumatic cu ajutorul regulatorului de debit.

✓ Ca și în cazul comprimării variația forței pe toată perioada decompriării, este măsurată de traductorul de forță.

✓ Valorile măsurate de traductorul de forță și de cel de deplasare sunt transmise plăcii de achiziție a datelor și apoi recepționate și stocate pe computer.

✓ Deplasarea plăcii mobile pe direcție verticală în jos, se face datorită forței elastice generată prin deformare și duce la decompriarea sferelor. În timpul decompriării, deformația sferelor este măsurată de către traductorul de deplasare.

✓ Se procedează în mod similar pentru toate variantele de dispozitive utilizate la experiment, acestea au fost prezentate în subcapitolul anterior IV.1.

Pentru același dispozitiv utilizat se repetă experimentul de mai multe ori, în condiții identice pentru a vedea dacă există corespondență între valorile rezultatelor obținute.

V.3. PRELUCRAREA INFORMAȚIILOR

De la placa de achiziție a datelor, informațiile sunt transmise către un PC, unde sunt stocate și ulterior prelucrate. Datele au fost apoi analizate și procesate cu ajutorul Microsoft Excel, cu ajutorul căruia au fost create grafice pentru interpretarea și analiza acestora.

În figura V.2. este prezentat un exemplu de afișare a datelor în fișier, așa cum sunt ele înregistrate în computer în prima fază. Coloana V1 reprezintă valorile pentru forța care solicită sistemul. Se observă că valoarea inițială care apare în această coloană este nenulă deoarece corespunde greutateii sistemului de susținere și ghidare a sferelor, cu sferile fixate în el. În coloana V2 se regăesc valorile corespunzătoare deformației, corelate cu valorile forței de deformare din coloana V1.

Time	V1	V2	V3	V4	channelA	channelB	channelC	channelD	IO
12:12 p.m.	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0
12:0.0200	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0
13:0.0400	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0
14:0.0600	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0
15:0.0800	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0
16:0.1000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0
17:0.1200	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0
18:0.1400	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0
19:0.1600	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0
20:0.1800	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0.029297	0.078125	0.000000	0.000000	0

Figura V. 2. Fișier date neprelucrate Excel.

Coloanele V3 și V4 nu sunt asociate unor traductoare. ChannelA și channelB corespund valorilor transmise computerului și sunt identice cu V1 respectiv V2 iar channelA, channelB și IO nu sunt utilizate. După introducerea datelor în Excel, fișierul va arăta ca în figura V.2. Pentru transformarea mărimii de ieșire V1 înregistrată (tensiunea) în deplasare s-a folosit etalonarea potrivit căreia unei tensiuni de 1 V, îi corespunde o deplasare relativă a cursorului de 15 mm. Prin urmare datele din coloana care reprezintă valoarea deplasării relative se vor înmulți cu 15. Pentru a citi forța de apăsare, s-a făcut etalonarea prin care unei tensiuni

de 1 V, îi corespunde o valoare de 60,13 N, aşadar datele din coloana V2 care reprezintă valoarea forţei de comprimare vor fi înmulţite cu 60,13.

După aplicarea acestor corecţii şi etalonări au fost trasate diagramele forţă/deformaţie. În figura V.5, 3bMgg15, este reprezentată curba caracteristică, neprelucrată, pentru 3 sfere, (două sfere şi sferă intermediară), de diametre $\varnothing_2 = 54,4$ cu sfera inferioară şi cea superioară aşezate în suporturi cilindrice cu fund plat, (gg), pentru o deformaţie maximă stabilită iniţial de 15 mm.

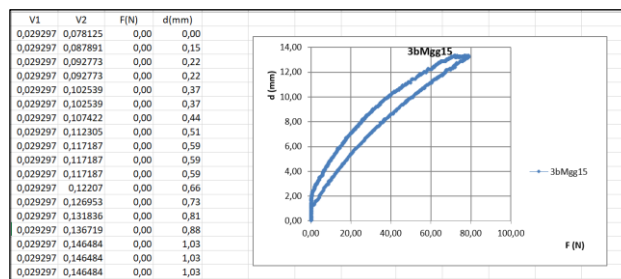


Figura V. 3. Diagramă forţă/deformaţie 3Mgg15 neprelucrată.

S-au eliminat apoi valorile forţei de deformare, până în momentul în care dispozitivul de susţinere şi ghidare a sferelor atinge placa superioară fixă a standului de testare, moment în care sferile încep să se comprime. S-a obţinut astfel forţa efectivă care solicită la comprimare ansamblul de sfere şi s-a trasat diagrama forţă/deformaţie prezentată în figura V.6.

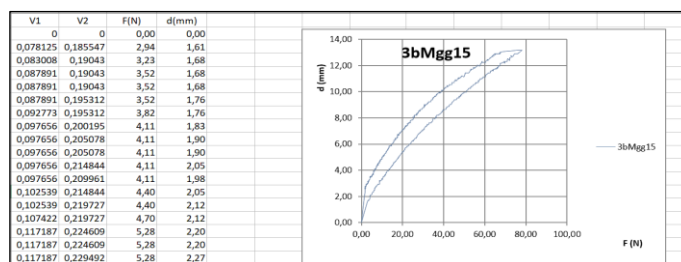


Figura V. 4. Diagramă forţă/deformaţie 3Mgg15 finală.

Aşa cum se poate observa din figură, la descărcare se observă un palier pe care valoarea deformaţiei rămâne constantă pentru valori ale forţei cuprinse între 60-80 N. Acest fenomen de stik-slip se datorează frecărilor din zonele de contact care sunt împărţite într-o zonă de „stick” şi o zonă de „slip”. Pentru a evita acest inconvenient s-au reprezentat doar caracteristicile forţă-deformaţie pentru încărcare, (figura V.7).

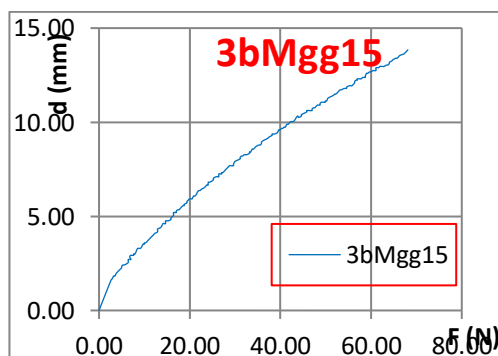


Figura V. 5. Caracteristică forţă – deformaţie pentru trei sfere sprijinite în suporturi cu fund plat, deformaţie maximă 15 mm.

VI REZULTATE EXPERIMENTALE. INTERPRETARE

VI.1. REZULTATE EXPERIMENTALE DE DEFORMARE DE APROPIERE RELATIVĂ CU ÎNCĂRCAREA

VI.1.1. PLAN EXPERIMENTAL

Se prezintă rezultatele obținute pentru toate variantele dispozitivelor de susținere și ghidare a sferelor prezentate anterior.

Primele experimente se realizează cu dispunerea celor două sfere (inferioare și superioare) în cavități de susținere cilindrice cu fund plat, *figurile IV.9, IV.12*.

Următoarele experimente se realizează cu așezarea sferelor (inferioare și superioare) în cavități de susținere ale sferelor, semisferice, care copie forma acestora, *figurile IV.7, IV.10*.

În final sferele sunt așezate în suporturi cu susținere combinată, respectiv, sfera superioară în cavitate cilindrică cu fund plat și sfera inferioară în cavitate semisferică, *figurile IV.8. și IV.11*.

Au fost utilizate dispozitive de susținere și ghidare pentru două sfere și pentru două sfere și sferă intermediară, *figurile IV.7.-IV.12*.

Experimentele menționate mai sus s-au efectuat mai întâi pentru sfere identice din cauciuc de diametre $\phi_1 = 42,35$ mm și apoi de diametre $\phi_2 = 54,4$ mm, (*figura VI.1*).



Figura VI. 1. Sfere din cauciuc, utilizate la experimente, de diametre $\phi_1 = 42,35$ mm și $\phi_2 = 54,4$ mm.

Pentru fiecare experiment s-a stabilit de la început o valoare maximă a deformației, de 15 mm sau de 25 mm. Pentru o mai clară reprezentare a rezultatelor experimentale a fost stabilit un sistem de notare din care să reiasă:

- valoarea maximă a deformației aplicate (mm);
- tipul contactelor: sferă cauciuc-sferă cauciuc, sferă cauciuc-suprafață plană rigidă;
- numărul de sfere sollicitate simultan;
- categoria diametrelor sferelor.

Notații utilizate:

F - forța de deformare, măsurată în N;

Fmax - forța maximă de deformare, măsurată în N;

d - deformația totală a sferelor, măsurată pe direcția centrelor în mm;

dmax - deformația maximă atinsă de ansamblul de sfere, măsurată în mm.

Simbolizare:

2(3)bM(m)(gg,pg,pp)15(25)a(b)

2(3) - număr de bile (sfere): **2** - două bile (sfere) (inferioară și superioară); **3** - două bile (sfere) (inferioară și superioară + sferă intermediară);

b - bile;

M(m) - categorie diametre sfere: **M** - 54,4 mm, **m** - 42,3 mm;

gg- gol/gol, **pg**- plin/gol, **pp**-plin/plin, **g** (gol) – sfere sprijinite în cavități cu fund plat, **p** (plin) – sfere sprijinite în cavități semisferice;

a(b) - număr experiment repetat în condiții identice;

15(25) - deformația maximă stabilită inițial (mm).

Se prezintă în continuare o sinteză a rezultatelor obținute în urma experimentelor efectuate, în funcție de tipul de dispozitiv utilizat, în funcție de modul de sprijinire a sferelor în suporturi, de diametrele sferelor și de valoarea deformației maxime stabilite înainte de începerea experimentelor.

Rezultate experimentale obținute pentru un set de două și respectiv trei sfere identice din cauciuc, în toate situațiile experimentale prezentate:

- ambele sfere sprijinite în suporturi cilindrice cu fund plat, (gg);
- ambele sfere sprijinite în cavități semisferice care le copie forma, (pp);
- sferele plasate în suporturi cu susținere combinată, sfera superioară în cavitate cilindrică cu fund plat și sfera inferioară în cavitate semisferică care îi copie forma (pg).

VI.2. EXPERIMENTE DE DEFORMARE CU DOUĂ SFERE

Experimentele au constat în solicitarea de comprimare a două sfere identice din cauciuc, cu diametrele de $\varnothing_1 = 42,35 \text{ mm}$ și apoi de $\varnothing_2 = 54,4 \text{ mm}$, pe standul prezentat anterior, ceea ce a permis trasarea curbei de corelare avforței de solicitare axială, pe direcția liniei centrelor celor două sfere/ apropierea relativă dintre sfere (deformația).

Pentru primul experiment sferile cu diametrele $\varnothing_2 = 54,4 \text{ mm}$, au fost așezate în suporturi cu fund plat și s-a stabilit o valoare maximă a deformației de 25 mm. S-a trasat apoi diagrama forță/deformație pentru un ciclu de încărcare, reprezentată prin curba de culoare albastră, ($2bM_{gg25}$), din figura VI.2.

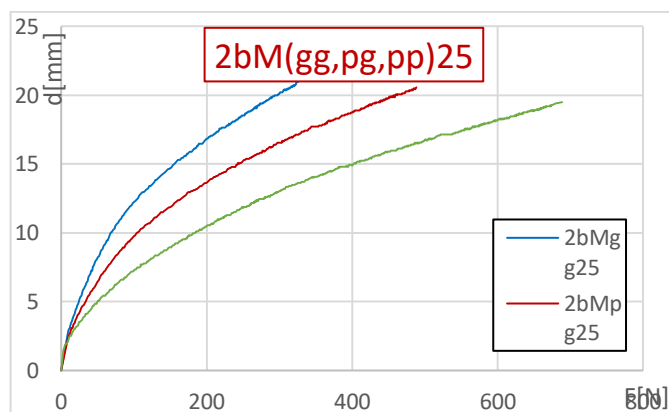


Figura VI. 2. Rezultate cumulate pentru două sfere (gg,pg,pp),
-deformație maximă 25 mm.

S-au continuat experimentele cu cele două sfere așezate în suporturi combinate, pentru aceeași valoare maximă a deformației stabilită inițial de 25 mm. S-a trasat și în acest caz curba forță/deformație pe care o vedem reprezentată în figura VI.2, cu culoare roșie, ($2bM_{pg25}$).

Pentru cel de al treilea experiment, s-au așezat ambele sfere în suporturi de formă semisferică care le copie suprafețele, și s-a efectuat experimentul pentru o valoare maximă a deformației de 25 mm. S-a trasat curba forță/deformație, reprezentată în figura VI.2, prin curba de culoare verde, ($2bM_{pp25}$).

Pentru a putea face o comparație între cele trei curbe forță/deformație obținute acestea au fost reprezentate cumulat în figura VI.2. Se observă că pentru același număr de sfere și aceeași valoare a forței, deformația este diferită în funcție de tipul de contacte utilizate la experiment și anume, gg, pg, pp. Se constată că deformația este cu atât mai mare cu cât numărul de contacte sferă-sferă (gg) și sferă-suprafață plană (pg) este mai mare.

Pentru următoarele experimente cu două sfere cu diametrele de $\Phi_2 = 54,4$ mm, s-a stabilit o valoare inițială maximă a deformației de 15 mm și s-a urmat aceeași procedură ca la experimentele anterioare.

Ambele sfere, au fost așezate mai întâi în suporturi cu fund plat, s-a efectuat experimentul la o valoare maximă a deformației stabilită inițial de 15 mm, și s-a trasat diagrama forță/deformație pentru un ciclu de încărcare, figura VI.3, curba de culoare neagră, (2bMgg15).

Sferele au fost așezate apoi în suporturi cu susținere combinată, și s-a procedat la efectuarea experimentului pentru o valoare maximă a deformației stabilită inițial de 15 mm. Curba forță/deformație este reprezentată în figura VI.3, cu culoare albastră, (2bMpg15).

S-au așezat apoi ambele sfere în suporturi semisferice și pentru valoarea maximă a deformației de 15 mm, s-a efectuat experimentul și s-a trasat curba forță/deformație, reprezentată în figura VI.2, cu culoarea roșie, (2bMpp15).

În figura VI.3, sunt reprezentate rezultatele cumulate obținute în urma celor trei experimente efectuate cu două sfere de diametre de $\Phi_2 = 54,4$ mm, și deformația maximă stabilită inițial de 15 mm. Și în acest caz se observă că pentru o anumită valoare a forței, deformația este diferită funcție de tipul de contactelor prezente, (gg, pg, pp). Și în acest caz se observă că pe măsură ce numărul de contacte sferă-sferă (gg) și sferă-suprafață plană (pg) crește, deformația este mai mare.

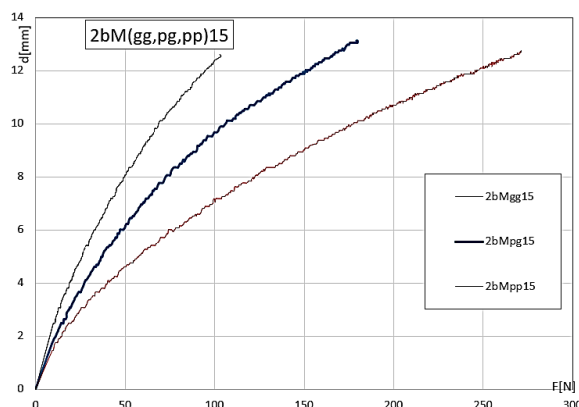


Figura VI. 3. Rezultate cumulate pentru două sfere (pp, pg și gg), - deformație maximă 15 mm.

Aceasta se datorează faptului că în cazul sprijinirii sferelor în suporturi cu cavitați cu fund semisferic, datorită suprafeței mari de contact și rigidității materialului suportului, rezultă o presiune de valoare mică, aria de contact fiind foarte mare și deci deformația este practic neglijabilă.

În cazul contactului dintre două sfere din cauciuc se produce o deformare mai mare decât în cazul contactului sferă-plan rigid, deoarece ambele sfere se deformează reciproc, iar cauciucul are o bună elasticitate. Așadar deformația are cea mai mare valoare, în cazul contactului (gg), când avem trei puncte de contact, două puncte de contact sferă-plan rigid și un contact sferă-sferă, figura VI.4.

În cazul contactului (pg), când sferele sunt așezate în suporturi combinate, sfera inferioară în suport semisferic și sfera superioară în suport cu fund plat, se formează două puncte de contact, unul sferă-sferă și unul sferă-plan, figura VI.5. În acest caz deformația celor două sfere va avea o valoare cuprinsă între valoarea obținută în cazul (gg) și cea obținută în cazul (pp).

Cea mai mică valoare a deformației sferelor, în cele trei cazuri experimentale studiate, se obține pentru contactul (pp). Valoarea acesteia este mai mică decât în celelalte două cazuri, (pg) și (gg), deoarece în această situație există doar un punct de contact de tip sferă-sferă, figura VI.6.

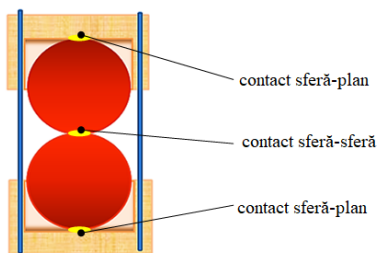


Figura VI. 4. Două sfere sprijinite în suporturi cu fund plat, trei puncte de contact.

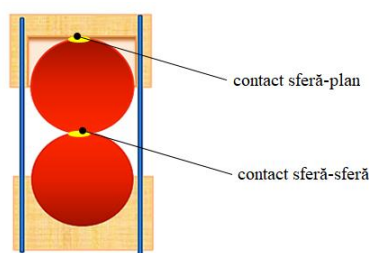


Figura VI. 5. Două sfere sprijinite în suporturi combinate, două puncte de contact și un contact conform.

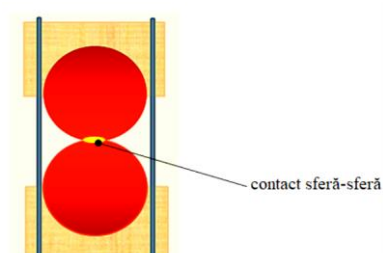


Figura VI. 6. Două sfere sprijinite în suporturi semisferice, un punct de contact și două contacte conforme.

VI.3. EXPERIMENTE DE DEFORMARE CU TREI SFERE

Pentru aceste experimente de comprimare a sferelor, s-au utilizat trei sfere identice cu diametrele $\Phi_2 = 54,4$ mm. Sfera intermediară este cu ajutorul unui inel de susținere și ghidare.

Pentru primul experiment, sferele au fost așezate în suporturi cu fundul plat, După ce s-a stabilit o valoare maximă a deformației de 25 mm, a fost efectuat experimentul și s-a trasat diagrama forță/deformație pentru un ciclu de încărcare, reprezentată prin curba de culoare albastră, (*3bMgg25*), din figura VI.7.

Experimentele au continuat cu sferele așezate în suporturi cu susținere combinată, și s-a efectuat experimentul pentru aceeași valoare maximă a deformației stabilită inițial de 25 mm. S-a trasat curba forță/deformație, figura VI.7. cu culoare roșie, (*3bMpg25*).

Al treilea experiment, s-a efectuat cu sfera inferioară și cea superioară așezate în suporturi de formă semisferică care le copie suprafețele. Experimentul s-a efectuat pentru o valoare maximă a deformației de 25 mm. S-a trasat și în acest caz curba forță/deformație, reprezentată în figura VI.7, prin curba de culoare verde, (*3bMpp25*).

În figura VI.7, sunt reprezentate rezultatele cumulate ale experimentelor cu trei sfere, $\Phi_2 = 54,4$ mm, pentru o deformație maximă 25 mm. Din figură se poate observa că și în acest caz, pentru același număr de sfere și aceeași valoare a forței, valoarea deformației este diferită în funcție de tipul de contacte utilizate la experiment, (gg, pg, pp).

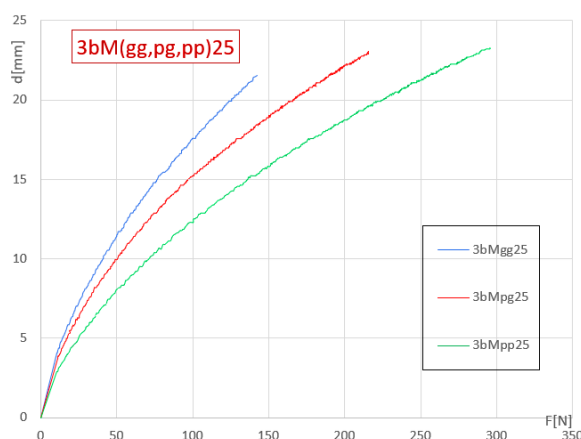


Figura VI. 7. Rezultate cumulate pentru trei sfere (gg, pg, pp), - deformație maximă 25 mm.

La utilizarea unui dispozitiv de susținere și ghidare cu trei sfere, cu dispunerea sferelor inferioare și superioare în suporturi cu fund plat, (gg), în timpul procesului de comprimare se formează patru puncte de contact. Două dintre aceste puncte vor fi contacte sferă-plan și două

contacte sferă-sferă, figura VI.8. În acest caz deformația va avea valoarea cea mai mare față de celelalte două experimente efectuate, pg și pp.

În cazul utilizării unui dispozitiv de susținere și ghidare combinată, (suportul de susținere inferior cu fund plat și cel superior emisferic), se formează *trei puncte de contact*, două contacte sferă-sferă și un contact sferă-plan. Valoarea deformației va fi în acest caz mai mică decât în cazul utilizării ambelor suporturi de susținere cu fund plat, (pp), deoarece în acest caz avem cu un contact sferă-plan mai puțin.

În situația în care dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor are ambele suporturi de formă emisferică, (pp), se formează *doar două puncte de contact sferă-sferă*, așa cum se poate vedea în figura VI.10. În acest caz valoarea deformației va fi mai mică decât în cazul celorlalte experimente cu susținere tip gg sau pg.

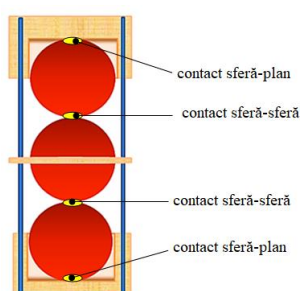


Figura VI. 8. Trei sfere sprijinite în suporturi cu fund plat, patru puncte de contact.

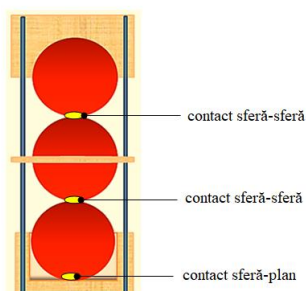


Figura VI. 9. Trei sfere sprijinite în suporturi combinate, trei puncte de contact și un contact conform.

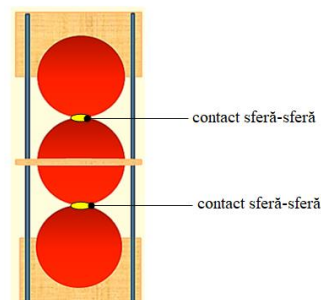


Figura VI. 10. Trei sfere sprijinite în suporturi emisferice, două puncte de contact și două contacte conforme.

În urma efectuării experimentelor, se constată că deformația este cu atât mai mare cu cât numărul de contacte sferă-sferă (gg) și sferă-suprafață plană (pg) este mai mare. Această observație valabilă și în cazul contactelor cu două sfere se explică prin faptul că în cazul în care sferile sunt sprijinite în suporturi emisferice, datorită suprafeței mari de contact și rigidității materialului suportului, deformația este practic neglijabilă. În cazul sprijinirii sferelor în suporturi cilindrice cu fund plat, se formează un contact concentrat de tipul sferă-plan, caz în care sfera de cauciuc are o deformație considerabilă. În cazul contactului sferă-sferă, deformația sferelor este mai mare decât în cazul contactului sferă-plan rigid, datorită deformării reciproce a sferelor și a unei bune elasticități a cauciucului.

Următoarele experimente cu trei sfere de diametre $\varnothing_2 = 54,4$ mm, se desfășoară urmând aceeași procedură de așezare a sferelor în suporturile de susținere ca și la experimentele prezentate anterior, dar pentru o deformație maximă stabilită inițial de 15 mm, astfel:

După efectuarea experimentelor, s-au trasat diagramele forță-deformație în cele trei cazuri studiate. Rezultatele cumulate sunt prezentate în figura VI.11.

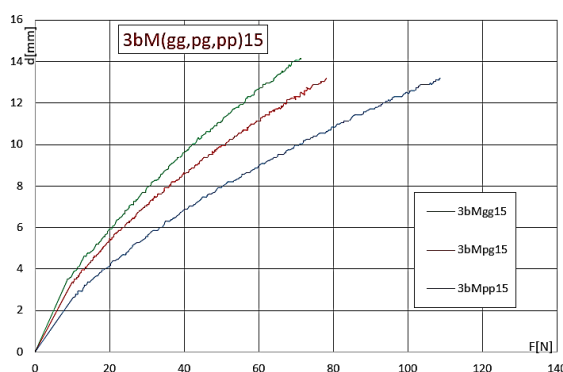


Figura VI. 11. Rezultate cumulate pentru trei sfere (gg, pg, pp), deformație maximă 15 mm.

Analizând *figura VI.11*, se poate observa că și în această situație, pentru același număr de sfere și aceeași valoare a forței, deformația este diferită în funcție de tipul de contacte utilizate la experiment, (gg, pg, pp). Valoarea deformației este cu atât mai mare cu cât numărul de contacte sferă-sferă (gg) și sferă-suprafață plană (pg) este mai mare, observație explicată anterior.

VI.4. COMPARAȚIE REZULTATE EXPERIMENTALE ÎNTRE DEFORMAȚIILE SISTEMELOR DE SFERE SOLICITATE LA COMPRIMARE

VI.4.1. COMPARAȚIE PRIVIND VARIAȚIA DEFORMAȚIEI LA ÎNCĂRCAREA SFERELOR LA CONTACTE TIP (gg, pg, pp), PENTRU O ANUMITĂ VALOARE A FORȚEI

Pentru a evidenția deformația sferelor din cauciuc, solicitate la comprimare în diferite contexte, s-a făcut o comparație privitoare la variația valorilor deformației, sferelor sub acțiunea unei forțe de 100 N, pentru o deformație maximă de 25 mm. Forța este aplicată axial pe direcția centrelor, unui sistem de două și apoi de trei sfere, în toate cele trei situații experimentale, (gg, pg, pp), prezentate anterior, iar rezultatele sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Tabel VI. 1. Valoarea deformației în funcție de numărul de sfere utilizate $d(\text{mm})$.

Forța (N)	Tip de contact	Valoarea deformației funcție de numărul de sfere utilizate la experiment $d(\text{mm})$	
		2 sfere	3 sfere
100	gg	12,10	17,60
100	pg	9,81	15,21
100	pp	7,68	12,30

Din tabel se observă că valoarea deformației (mm) pentru o anumită forță (N), crește odată cu încărcarea cu aproximativ 2 mm, pentru fiecare contact de *tip gg* sau *pg*, așa cum se poate vedea și din diagramele forța-deformație prezentate anterior, *figurile VI.2*, (2 sfere) și *VI.7* (3sfere).

VI.4.2. COMPARAȚIE ÎNTRE REZULTATE OBTINUTE PENTRU EXPERIMENTE DESFĂȘURATE ÎN CONDIȚII SIMILARE

Cu scopul identificării unei corespondențe între valorile rezultatelor obținute, pentru același tip de dispozitiv utilizat, se repetă experimentul de mai multe ori, în condiții identice.

În *figura VI.12*, sunt prezentate rezultatele pentru două sfere sprijinite în suporturi cu *susținere combinată pg*, supuse comprimării cu o deformație maximă stabilită inițial de 25 mm.

În *figura VI.13*, sunt reprezentate caracteristicile forță/deformație pentru trei sfere sprijinite în suporturi cu *fund plat (gg)*, supuse unui proces de comprimare la o deformație maximă 15 mm.

Analizând cele două *figuri (IV.12. și IV.13)*, se observă că indiferent de numărul de sfere utilizate la experiment (două sau trei), de tipul de contact (gg, pg, pp) sau de deformația maximă stabilită inițial (15mm, 25 mm), *dacă experimentele se desfășoară în condiții identice rezultatele obținute sunt aproximativ similare.*

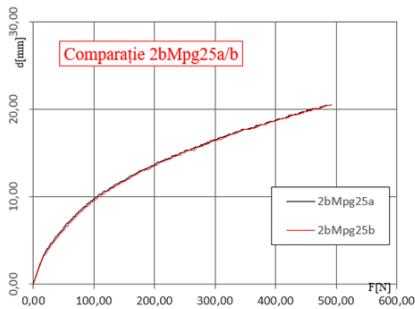


Figura VI. 12. Comparație valori pentru două teste cu două sfere pg - deformația maximă 25 mm (a,b).

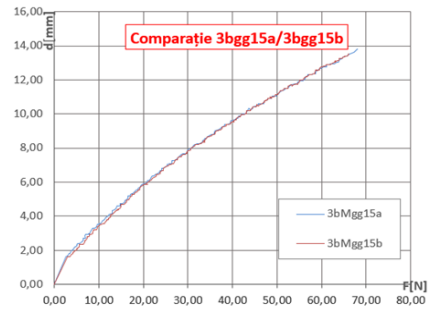


Figura VI. 13. Comparație valori pentru două teste cu trei sfere (gg) - deformația maximă 15 mm (a,b).

VI.4.3. COMPARAȚIE ÎNTRE VALORILE EXPERIMENTALE OBTINUTE PENTRU SISTEME DE DOUĂ ȘI DE TREI SFERE, PENTRU VALOARI DIFERITE ALE DEFORMAȚIEI MAXIME STABILITE ÎNȚIAL

În figurile VI.14. și VI.15. este prezentată o comparație între valorile experimentale obținute pentru un sistem de două sfere (figura VI.14) și de trei sfere (figura VI.15), în toate cele trei variante constructive (gg, pg, pp) pentru o deformație maximă de 25mm respectiv 15 mm. Curbele forță-deformație, pentru două sfere comprimate la o valoare maximă a deformației inițiale de și 25 mm și 15 mm sunt reprezentate în figura VI.14.

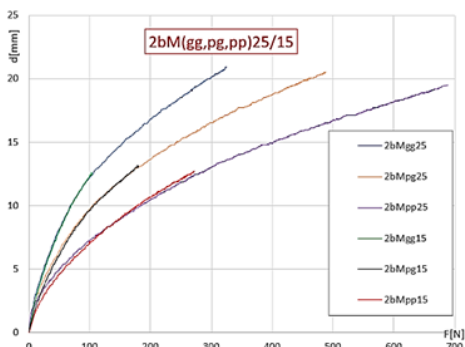


Figura VI. 14. Comparație între curbe forță-deformație pentru două sfere (gg, pg, pp), - deformație maximă 15mm/25 mm.

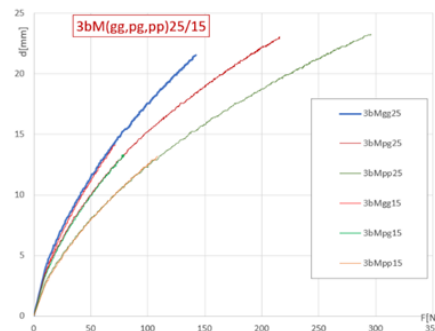


Figura VI. 15. Comparație între curbe forță-deformație trei sfere (gg, pg, pp), - deformație maximă 15mm/25mm.

În figura VI.15, sunt reprezentate curbele forță-deformație, pentru trei sfere comprimate la o valoare maximă a deformației stabilită inițial de 25 mm și respectiv 15 mm:

Din figurile VI.14. și VI.15. se observă că atât pentru sistemele de două cât și pentru sistemele de trei sfere, în toate cele trei cazuri studiate (gg, pg, pp), curbele de deformare coincid, având doar deformări diferite în funcție de valoarea deformației maxime stabilite inițial.

VI.4.4. COMPARAȚIE ÎNTRE VALORILE EXPERIMENTALE OBTINUTE PENTRU SISTEME DE DOUĂ ȘI DE TREI SFERE, PENTRU ACEIAȘI VALOARE A DEFORMAȚIEI STABILITĂ ÎNȚIAL

În figurile VI.16. și VI.17. este prezentată o comparație între valorile experimentale obținute pentru un set de două sfere și trei sfere, în toate cele trei variante constructive (gg, pg, pp) pentru o deformație maximă de 25mm.

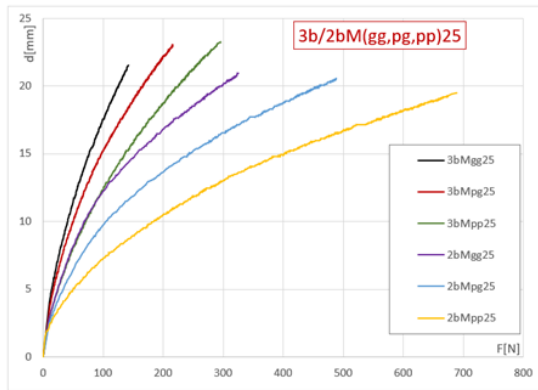


Figura VI. 16. Comparație între curbe forță-deformație trei sfere și două sfere (gg, gp, pp) - deformație maximă 25 mm.

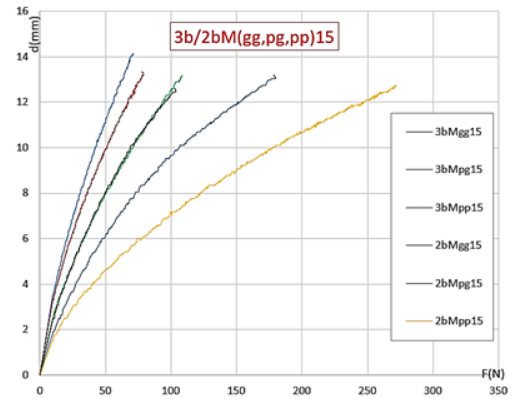


Figura VI. 17. Comparație între curbe forță-deformație pentru trei sfere și două sfere (gg, gp, pp) - deformație maximă 15 mm.

Analizând graficul din figura VI.17, se observă că, în cazul setului de trei sfere, unde numărul contactelor tip sferă-sferă (gg) este mai mare, deformația maximă de 25 mm stabilită inițial, se atinge la valori mici ale forței de deformare cuprinse între 100 N și 300 N. Comparativ cu acestea, la setul de două sfere, pentru a atinge deformația maximă stabilită inițial, este nevoie de valori mai mari ale forței de deformare cuprinse între 300 N și 600 N. De asemenea, din figura VI.18, se observă că și în cazul setului de trei sfere pentru a atinge deformația maximă de 15 mm stabilită inițial, este nevoie de o valoare a forței cuprinsă între 50 N și 100 N, în timp ce pentru setul de două sfere este nevoie de valori mai mari ale forței cuprinse între 100 N și 250 N.

În concluzie, în cazul deformării sferelor din cauciuc, cu cât numărul de contacte tip sferă-sferă este mai mare, pentru atingerea unei anumite valori a deformației este necesară o valoare mai mică a forței de deformare.

VI.4.5. SINTEZA ANALIZEI VALORILOR EXPERIMENTALE OBȚINUTE PENTRU SISTEMELE DE DOUĂ ȘI DE TREI SFERE

În figura VI.18, este prezentată o sinteză a valorilor obținute experimental pentru cele trei cazuri posibile de testare (gg, pg, pp), fiecare dintre ele supuse la deformații maxime, stabilite inițial, de 15 mm, respectiv 25 mm. Se observă că toate cele douăsprezece curbele de deformație reprezentate, în toate cele trei cazuri posibile (gg, pg, pp), indiferent de valoarea deformației inițiale maxime impuse (15mm sau 25mm), au o alură caracteristică materialelor neliniar-elastice.

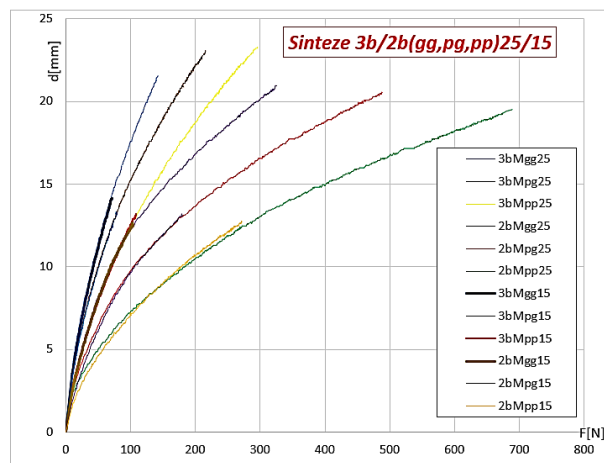


Figura VI. 18. . Sinteza datelor experimentale pentru trei sfere și două sfere (gg, gp, pp) - deformație maximă 25mm și 15 mm.

Toate curbele caracteristice pornesc de la valoarea zero, de la care forța începe să crească iar sferile încep să se comprime, moment în care începe înregistrarea informațiilor.

Se observă că curbele caracteristice 3bMpp25, 2bMgg25, și 3bMpp15, (două contacte sferă-sferă) și 2bMgg15, sunt similare până la o anumită valoare a deformației. Acest lucru se datorează faptului că numărul de contacte în aceste patru cazuri sunt echivalente.

VI.5. CONCLUZII

În urma efectuării experimentelor prezentate se desprind următoarele concluzii:

- Se constată că sferile din cauciuc, testate în experiment au avut o *comportare la deformare neliniară-elastică*, conformă cu literatura de specialitate (figurile VI.2. , VI.3, VI.7, VI.11.-VI.18).
- *Curbele de deformare sunt diferite în cele trei cazuri posibile de testare:* ambele suporturi sunt cavități cilindrice cu fund plat – **gg**, o cavitate cilindrică cu fund plat și o cavitate cu fund semisferic – **pg**, respectiv ambele cavități de formă semisferică – **pp**, (figurile VI.2. , VI.3, VI.7, VI.11).
- Se observă că *încărcarea se face după curbe similare, pentru experimente similare* dar cu deformații pe direcția sarcinii diferite, în funcție de deformația maximă stabilită inițial, **15 mm** sau **25 mm** (figurile VI.15.- VI.16).
- Repetând experimentul de mai multe ori, *în condiții identice rezultatele au fost acceptabile din punct de vedere al repetabilității*, indiferent dacă experimentul s-a efectuat pentru un sistem de două sfere, figura VI.12, sau pentru unul de trei sfere, figura VI.13, în toate cele trei cazuri posibile menționate anterior.
- Se observă, că pentru același număr de sfere și aceeași valoare a forței, deformația pe direcția forței atinge o valoare cu atât mai mare, cu cât numărul de contacte de tip *sferă – sferă (gg)* și *sferă - suprafață plană rigidă (pg)* este mai mare (figurile VI.2, VI.3, VI.7, VI.11, VI.14.-VI.18).
- Se observă că *curbele de deformație sunt similare, în cazul în care numărul de contacte care se formează în timpul experimentelor sunt echivalente, (două contacte sferă-sferă)/ (trei contacte, două sferă-suprafață plană rigidă și unul sferă sferă).*

VII. REZULTATE EXPERIMENTALE PRIVIND ARIA DE CONTACT LA DEFORMAREA SFERELOR DIN CAUCIUC

Pe parcursul desfășurării experimentelor în urma cărora au fost trasate diagramele forță/deformație, cu scopul studierii corpurilor de rigiditate redusă s-a procedat și la determinarea ariei de contact dintre aceste corpuri.

S-a determinat experimental forma și dimensiunile ariei de contact dintre două sfere din cauciuc aflate în contact una cu cealaltă și apoi dintre o sferă din cauciuc în contact cu o suprafață plană rigidă. Cele două sfere au fost amplasate mai întâi în suporturi rigide cu fund plat și apoi în suporturi semisferice care le copie suprafața. Pentru desfășurarea experimentelor s-a utilizat standul de testare prezentat în subcapitolul I.4, cu dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor prezentat în *figura IV.6*. În urma rezultatelor numerice obținute s-a putut face o comparație a variației razei ariei de contact în funcție de tipul de contact utilizat și de numărul contactelor prezente în timpul experimentului respectiv.

VII.1. METODICA DE DETERMINARE A ARIEI DE CONTACT

Pentru măsurarea ariei de contact între două sfere aflate în contact sau la contactul dintre o sferă și o suprafață plană a dispozitivului de susținere și ghidare a sferelor, se introduce o folie de hârtie ultra low pressure paper (Fujifilm Prescale).

Filmele Fujifilm Prescale [*4], [*5], pot fi de două tipuri, cu o componentă sau cu două componente. În funcție de presiunea exercitată există mai multe domenii de presiune posibile, acestea sunt prezentate în tabelul VII.1.

Tabel VII. 1. Domenii de presiuni posibile pentru Fujifilm Prescale, [*4].

LW	0.006–0.05 MPa
4LW	0.05–0.2 MPa
LLLW	0.2–0.6 MPa
LLW	0.5–2.5 MPa
LW	2.5–10 MPa
MW	10–50 MPa
MS	10–50 MPa
HS	50–130 MPa

W indică tipul de hârtie cu două componente iar S indică tipul de hârtie cu o singură componentă. În cazul presiunii foarte mici se utilizează un film cu două componente.

Mecanismul funcționării filmului este simplu, pe un strat de generare a culorii, se depune un material de formare a culorii, constând în microparticule închise. Sub efectul presiunii de contact diferite de zero, stratul de microparticule se deteriorează iar conținutul lui intră în reacție cu materialul de generare a culorii. Acest fapt se evidențiază pe hârtie printr-o zonă colorată în roșu. Densitatea culorii roșii care apare variază în funcție de valoarea presiunii aplicate, fiind cu atât mai intensă cu cât forța aplicată are o valoare mai mare.

VII.2. DESFAȘURAREA EXPERIMENTELOR

Pentru desfășurarea experimentelor, au fost solicitate la comprimare una sau două sfere din cauciuc. Experimentul s-a desfășurat pe standul pentru testarea sferelor din cauciuc. Standul a permis trasarea curbelor caracteristice forță/deformație pe durata desfășurării experimentelor.

S-a procedat la desfășurarea primului experiment prin plasarea a două sfere identice din cauciuc de diametre = 54,4 mm, în suporturi cilindrice cu fund plat, utilizându-se dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor din *figura VI.4*. Din figură se observă că în timpul comprimării în cazul utilizării acestui dispozitiv, se formează *trei puncte de contact, două tip sferă-plan și unul sferă-sferă*. Între cele două sfere se introduce o folie de hârtie ultra low pressure paper

(Fujifilm Prescale). După fixarea sferelor în dispozitiv s-a aplicat o forță de comprimare axială pe direcția liniei centrelor sferelor, de diferite valori: 16,7 N, 41,5 N, 74,80 N, 120,5 N și 180,40 N. Ca urmare a aplicării presiunii de contact, pe hârtia introdusă între cele două sfere se va evidenția aria de contact.

Pentru cel de al doilea experiment, cele două sfere din cauciuc având aceleași diametre ca și în cazul primului experiment, au fost plasate în suporturi semisferice care le copie suprafețele. Se observă că în acest caz, în timpul comprimării se formează *un singur punct de contact tip sferă-sferă*. S-a procedat apoi la introducerea unei folii de hârtie ultra low pressure paper (Fujifilm Prescale). S-a aplicat apoi o forță de comprimare pe direcția centrelor celor două sfere având valorile: 38,7 N, 101,20 N, 197,1 N, 334,40 N și 519,20 N. Și în acest caz, ca urmare a aplicării forței, aria de contact s-a evidențiat pe hârtia ultra low pressure paper,

Pentru ce de al treilea experiment s-a plasat o singură sferă între două plăci plane rigide, utilizând și de această dată dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor cu ambele suporturi de susținere de formă cilindrică cu fund plat. În acest caz în timpul comprimării se formează *două puncte de contact de tip sferă-suprafață plană*. Deformarea sferei se realizează de această dată cu valori ale forței de: 34,76 N, 85,36 N, 156,2 N, 242,9 N și 352 N. În timpul comprimării pe hârtie s-a evidențiat aria de contact dintre sferă și suprafața conjugată.

După obținerea imaginii ariei de contact, pe hârtia ultra low pressure paper (Fujifilm Prescale), are loc o evaluare a dimensiunilor ariei colorate a zonei de contact. Imaginile ariilor de contact au fost scanate simultan cu o scara gradată, apoi imaginea a fost importată într-un program CAD.

VII.3. REZULTATE EXPERIMENTALE OBȚINUTE ÎN URMA MĂSURĂRII ARIEI DE CONTACT

Exemple ale ariilor de contact evidențiate cu ajutorul hârtiei ultra low pressure paper Fujifilm Prescale pot fi vizualizate în *figura VII.2*

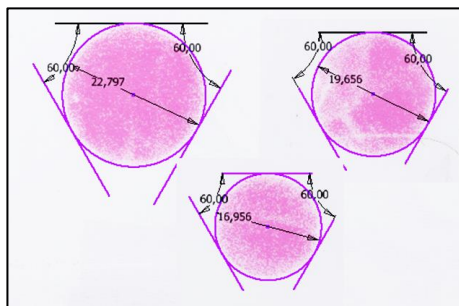


Figura VII. 1. Arii de contact puse în evidență cu hârtia ultra low pressure paper.

Rezultatele numerice obținute în urma măsurătorilor în toate cele trei experimente efectuate sunt sistematizate în *tabelul VII.2*. Sunt prezentate valori ale ariei de contact, în funcție de forța de deformare aplicată pentru, două sfere la contactul *plan-sferă-sferă-plan* și la contactul *cavitate sferică-sferă-sferă-cavitate sferică*, precum și pentru o sferă la contactul *sferă-plan*.

Pentru o mai bună interpretare a rezultatelor, s-au trasat diagramele forță/raza ariei de contact, pentru cele trei situații experimentate, (*figura VII.2*).

Tabel VII. 2. Variația diametrului ariei de contact cu forța de deformare, pe tipuri de contact.

Tip contact	Forța, [N]	Diametrul ariei contact, [mm]	Arie de contact [mm ²]
Plan-Sferă-Sferă-Plan	16,7	10,55	349,49
	41,5	13,84	601,45
	74,80	16,83	889,40
	120,5	19,51	1195,21
	180,40	22,63	1608,05
Cavitate Sferică-Sferă-Sferă-Cavitate Sferică	38,7	15,38	742,75
	101,20	20,76	1353,27
	197,1	25,74	2080,40
	334,40	30,85	2988,41
	519,20	35,85	3963,88
Plan-Sferă-Plan	34,7	8,9	248,72
	85,36	12,41	483,59
	156,2	14,98	704,62
	242,9	17,04	618,96
	352	18,75	1103,91

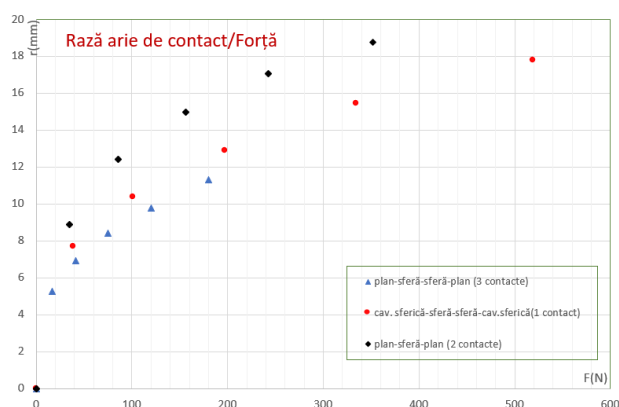


Figura VII. 2. Dependența rază arie de contact/forță.pentru mai multe tipuri de contacte

Din analiza rezultatelor din figura VII.3, se pot desprinde următoarele concluzii:

- ✓ valoarea ariei de contact crește pe măsură ce valoarea forței care acționează asupra sferelor crește;
- ✓ pentru o anumită valoare a forței, se constată următoarele:
 - valoarea ariei de contact este mai mare în cazul contactului unei singure sfere sprijinite între suprafețe plane rigide (*două contacte*), față de contactul dintre două sfere sprijinite între suprafețe plane rigide (*trei contacte*).
 - în cazul contactului dintre două sfere, valoarea ariei de contact este diferită în funcție de modul de sprijinire al acestora.
 - în cazul în care cele două sfere sunt sprijinite în suporturi semisferice care copiază suprafețele (*un contact conform*), valoarea ariei de contact dintre cele două sfere este mai mare decât în cazul în care sferelor sunt sprijinite între suprafețe plane rigide (*trei contacte*).
- ✓ În concluzie valoarea ariei de contact este cu atât mai mare cu cât numărul de contacte este mai mic.

VIII. CONSIDERAȚII PRIVIND SEPARAREA DEFORMAȚIILOR DIN VOLUM DE CELE DIN CONTACT

În acest capitol sunt prezentate o serie de considerații teoretice și numerice privitoare la deformarea sferelor din cauciuc, cu scopul de *pune în evidență cele două componente ale deformației totale, respectiv deformarea locală, din contact și deformarea din volumul acestora.*

În cazul unui contact concentrat al corpurilor din cauciuc, datorită sarcinii aplicate pe o arie redusă și a rigidității locale scăzute, se produce o deformare locală semnificativă. Deoarece, sarcina aplicată acționează și asupra întregului material al corpului, dacă valoarea rigidității acestuia nu este foarte mare, poate să apară și o deformare semnificativă a volumului.

Experimentele se desfășoară în situații similare capitolului VII, anterior, și constau în solicitarea de comprimare a sferelor din cauciuc. Pentru efectuarea experimentului, două sfere au fost amplasate mai întâi în suporturi rigide cu fund plat și apoi în suporturi semisferice care le copie suprafața. S-a procedat apoi la comprimarea unei singure sfere, între două suprafețe plane rigide.

În timpul experimentelor au fost înregistrate valorile sarcinii normale și a apropierii normale pentru sferele aflate în contact. La aceste rezultate au fost adăugate valorile ariei relative din contact dintre cele două sfere sau dintre o sferă și o suprafață plană rigidă, determinate experimental în capitolul anterior. Având în vedere că valorile ariei din contact sunt în corelație cu valorile deformărilor locale relative, au fost calculate deformările și apoi prin diferență, au fost evaluate și deformările din volum.

VIII.I. CONSIDERAȚII TEORETICE

În cazul unui comportament liniar elastic este valabilă legea lui Hooke, care se exprimă matematic astfel:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad \text{VIII.1}$$

unde:

σ – tensiunea de întindere (la tracțiune), este dată de relația $\sigma = \frac{F}{A}$: F – forța, A – aria secțiunii;
E - modulul lui Young;

ε - alungirea relativă, $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, Δl – deformarea, l_0 – lungimea inițială.

În cazul în care sarcina nu este uniformă și variază de la un punct la altul în tot volumul piesei, legea lui Hooke va avea forma generalizată, dată de relațiile, [Di08]:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2G\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_v & \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \\ \sigma_y &= 2G\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_v & \tau_{yz} &= G\gamma_{yz} \\ \sigma_z &= 2G\varepsilon_z + \lambda\varepsilon_v & \tau_{zx} &= G\gamma_{zx} \end{aligned} \quad \text{VIII.2}$$

$$\text{cu: } \varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z), \quad \text{VIII.3}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{VIII.4}$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad \text{VIII.5}$$

unde: G - modulul de elasticitate transversal, ν - coeficient de contracție transversală, λ - coeficientul lui Lamé.

Din punct de vedere macroscopic, analizând deformarea corpurilor mecanice, aceasta poate avea două componente, *deformarea volumului și deformare din contact*.

1. Deformarea din volum, δ_v

Acest tip de deformare este cauzată de acțiunea tensiunilor distribuite în tot volumul. În cazul în care solicitarea de comprimare este aplicată uniform unei piese cu secțiune transversală constantă, deformarea volumului pe direcția axială de solicitare, se definește ca diferența dintre dimensiunea inițială, l_0 , și dimensiunea finală, l . Această deformare este uniformă, pe direcția sarcinii, valoarea deformării volumice este $\delta_v = \Delta l$, iar deformarea relativă, ϵ , este constantă, cu condiția ca aria secțiunii transversale, A și modulul de elasticitate, E , să fie constante.

Această deformare a volumului este însă insuficient definită de scurtarea absolută sau de cea relativă, deoarece, păstrarea unui volum constant, implică umflături laterale care compensează reducerea în lungime, (*Figura VIII.1*).

2. Deformarea din contact, δ_c

Acest tip de deformare este determinată de interacțiunea între corpuri prin contact direct între suprafețe curbe. Dacă corpurile în contact ar fi perfect rigide, contactul inițial s-ar face după o formă fără arie, care poate fi o *linie* sau un *punct*. Acțiunea forței normale, F , în contact, determină apariția unei arii din contact în jurul contactului inițial, pentru materiale deformabile, Pentru corpurile de revoluție de formă sferică, contactul este caracterizat de o arie circulară, de rază, a , de o presiune de contact, p și de o apropiere relativă, δ , datorită deformațiilor locale de contact care se dezvoltă, δ_c , așa cum se poate observa în *figura VIII.2*.

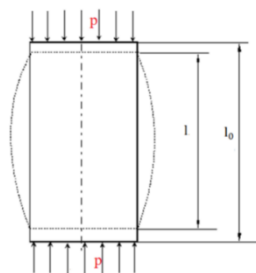


Figura VIII. 1. Deformare volumică.

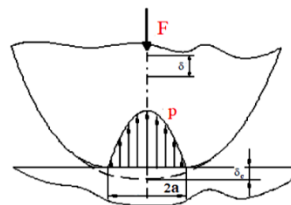


Figura VIII. 2. Deformația din contact, distribuția de presiune și aria de contact pentru un contact dintre o sferă din material elastic și o suprafață plană a unui material rigid.

Cele două tipuri de deformări pot să apară la o piesă simultan și se pot cumula. În funcție de rigiditatea pieselor și de valoarea modulului de elasticitate, una dintre cele două componente, poate deveni predominantă, în funcție de forma, dimensiunile, proprietățile mecanice ale materialului, precum și de solicitarea la care corpul este supus.

Cunoașterea valorilor componentelor deformațiilor poate conduce la o proiectare mai judicioasă a elementelor mecanice. Deformarea sferelor de rigiditate redusă mai este studiată și în [Di09], [Ta23], care pun la dispoziție formule pentru calculul deformațiilor.

Cu ajutorul formulelor lui Hertz [Jo85] se pot calcula deformațiile de contact, pentru contactul dintre două sfere de raze R_1 și R_2 , confecționate din materiale liniar elastice, respectiv: *raza ariei de contact, a, presiunea hertziană maximă, p_0 , și apropierea relativă dintre corpurile în contact, δ* . Aceste formule au fost prezentate anterior în capitolul I, în relațiile: I.9, I.10, I.11, I.14 și I.15.

În cazul sferelor din cauciuc, care sunt puternic deformabile, deformațiile din contact și cele din volum au valori comparabile. Spre deosebire de acestea în cazul sferelor din oțel deformația din contact are valori mult mai mari decât deformația din volum. Acest lucru este determinat de solicitările semnificativ mai mari de pe aria de contact, care este de dimensiuni

relativ reduse în raport cu aria secțiunii și dimensiunile de gabarit, precum și a valorii mici a modului de elasticitate al cauciucului.

Literatura de specialitate oferă informații privind modulul de elasticitate al cauciucului [Ha18] [*5], valorile acestuia fiind de ordinul megapascalilor, cu câteva ordine de mărime mai mic decât în cazul oțelurilor.

Atunci când se măsoară pe o direcție deformația totală, δ_{tot} , a unui corp, nu se poate separa deformația din contact de deformația din volum. Pentru a putea face această separație este necesară mai întâi o definiție clară a acestor termeni.

Deformația din contact, δ_c , se definește ca valoarea deformației corespunzătoare apropierii din contact.

În cazul contactului dintre o sferă din cauciuc apăsată pe o suprafață plană rigidă a unei piese dintr-un material nedeformabil, și în lipsa deformației din volum, deformația din contact ar arăta ca în figura de mai jos.

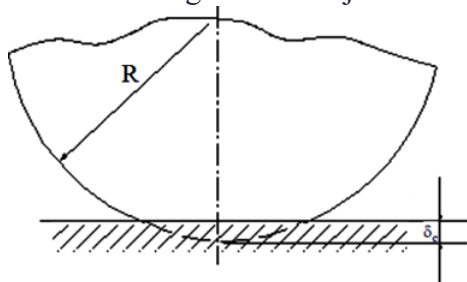


Figura VIII. 3. Reprezentarea deformației din contact sferă din cauciuc /suprafață plană.

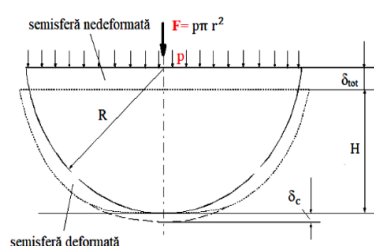


Figura VIII. 4. Reprezentarea deformațiilor din contact și din volum pentru o semisferă pe plan perfect rigid.

Deformația din volum, δ_v , se definește ca fiind deformația volumului unui corp, sub efectul comprimării, pe direcția de solicitare. În figura VIII.4, este reprezentată o semisferă din cauciuc, apăsată pe suprafața plană a unei piese din material perfect rigid, sub efectul presiunii, p. Această semisferă va suferi atât deformații de contact, δ_c , cât și deformații din volum, δ_v , între aceste componente putându-se scrie relația:

$$R = H + \delta_v + \delta_c = H + \delta_{tot}, \quad \text{VIII.6}$$

unde, δ_{tot} este deformația totală, H este dimensiunea finală a semisferei în direcția solicitării.

Notațiile sunt reprezentate pentru clarificare, și pe figură. Pentru a aprecia corect deformațiile din volum ale semisferei, trebuie avut în vedere faptul că secțiunea transversală prin sferă, normală pe direcția de încărcare, p, este variabilă, și deci, sfera va avea o rigiditate variabilă, diferită de la o secțiune la alta.

Conform legii lui Hooke [Tr06]:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{VIII.7}$$

Aplicând formula VIII.7, pentru un element de sferă de înălțime dx, pe care se consideră că variația razei secțiunii transversale, r(x), este neglijabilă, aceasta devine, figura VIII.5:

$$\frac{F}{\pi r(x)^2} = E \frac{\Delta(dx)}{dx}, \quad \text{VIII.8}$$

$$\text{unde, } r(x) = \sqrt{R^2 - x^2}. \quad \text{VIII.9}$$

Deformarea totală din volum se poate scrie astfel:

$$\Delta l = \int_0^{\sqrt{R^2 - a^2}} \frac{F}{\pi E} \frac{dx}{R^2 - x^2}. \quad \text{VIII.10}$$

Considerând modulul de elasticitate constant se poate scrie deformarea totală de volum, pentru porțiunea de semisferă deformată (dintre aria de contact cu suprafața piesei conjugate rigide și secțiunea diametrală paralelă cu aceasta):

$$\Delta l = -\frac{F}{\pi E} \int_0^{\sqrt{R^2-a^2}} \frac{dx}{R^2-x^2} = -\frac{F}{\pi E} \ln \left| \frac{R-x}{R+x} \right|_0^{\sqrt{R^2-a^2}} \quad \text{VIII.11}$$

și

$$\delta_{v \text{ semisferă}} = \frac{F}{2\pi R E} \ln \left| \frac{R - \sqrt{R^2 - a^2}}{R + \sqrt{R^2 - a^2}} \right| \quad \text{VIII.12}$$

Semnul minus pune în evidență faptul că deformarea este o deformare de comprimare. Având în vedere că și deformarea de contact este tot o deformare de comprimare, în unele calcule se va neglija semnul deformațiilor, ambele având același semn.

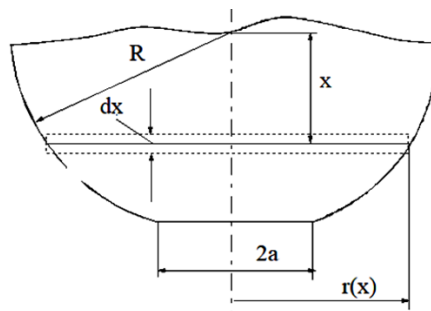


Figura VIII. 5. Definierea elementelor pentru calcul deformației din volum ale semisferei.

Formula VIII.12 permite calculul deformației din volum a unei semisfere, în cazul unui material al sferei care are modulul de elasticitate constant, care nu variază cu solicitarea, ceea ce, în cazul materialelor de tipul cauciucurilor nu este valabil.

Pentru o evaluare mai precisă a deformației din volum, la aceste materiale din categoria cauciucurilor, trebuie să se cunoască legea de variație a modulului de elasticitate, E , cu solicitarea. De asemenea, deformația din volum se poate determina prin măsurători experimentale sau utilizând un modulul secant de elasticitate, E_s .

VIII.2. DESFĂȘURAREA EXPERIMENTELOR ȘI INTERPRETAREA REZULTATELOR

În scopul evidențierii și diferențierii deformațiilor din contact de cele din volum pentru sfere din cauciuc supuse comprimării, s-au efectuat două tipuri de experimente [Mu24] care au permis trasarea curbei de corelație dintre forță și apropierea relativă dintre sfere pe direcția de solicitare. În acest scop s-a utilizat standul pentru testarea sferelor din cauciuc prezentat în *figura IV.1*, pe care s-a montat dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor, care permite poziționarea relativă a sferelor în raport cu linia centrelor pe direcția de solicitare.

Pentru *primul tip de experiment* s-au plasat două sfere identice din cauciuc de raze $R = 27,2$ mm, în suporturi cilindrice cu fund plat, utilizându-se dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor din *figura VI.4*. În timpul comprimării, utilizând acest dispozitiv, se formează *trei puncte de contact, două tip sferă-plan și unul sferă-sferă*. Forța de comprimare axială aplicată pe direcția liniei centrelor sferelor, a avut valori de: 16,7 N, 41,5 N, 74,8 N, 120,5 N și 180,4 N.

La cel de *al doilea tip de experiment*, sferele din cauciuc de aceleași dimensiuni ca și în primul caz, au fost plasate în suporturi semisferice care le copie suprafețele, utilizându-se dispozitivul de susținere și ghidare a sferelor din *figura VI.6*, caz în care, în timpul comprimării se formează *un singur punct din contact neconform tip sferă-sferă*. S-a aplicat apoi o forță de comprimare pe direcția centrelor celor două sfere, care a avut valorile de: 38,7 N, 101,2 N, 197,1 N, 334,4 N și 519,2 N. La acest experiment, având în vedere suprafața mare de contact dintre sfere și suprafața conjugată a cavităților elementelor cu care acestea vin în contact, se neglijează deformațiile din acest contact, apreciat a fi mult mai mic decât deformațiile din volum și cele din contactul concentrat dintre sfere.

Concomitent cu măsurarea forței de apăsare și a apropierii relative a sferelor s-a procedat la determinarea diametrului ariei de contact. Metodica de determinare a ariei din contact și rezultatele obținute au fost prezentate în capitolul VII.

VIII.2.1. CONSIDERAȚII TEORETICE

Conform celor prezentate în subcapitolul VII.1, valoarea *razei ariei de contact*, r , este corelată cu *apropierea relativă*, după relația:

$$r = \sqrt{R^2 - (R - \delta_1)^2} \quad \text{VIII.13}$$

unde R este *raza sferei* și δ_1 este *deformația (apropierea) unui contact*.

Relația poate fi verificată comparând valorile obținute cu cele obținute utilizând formula lui Hertz. Comparația este aplicată pentru un contact sferă-suprafață plană rigidă. În *figura VIII.6.a* este prezentată raza ariei din contact pentru un oțel, iar în *figura VIII.6.b*, pentru valori ale modulului de elasticitate reduse progresiv.

Din *figura VIII.6*, se poate observa o corespondență foarte bună între cele două mărimi, r și r , pentru oțel. Acest lucru se datorează rigidității mari a oțelului, ceea ce implică deformații din volum neglijabile comparativ cu cele din contact. Din *figura VIII.6.b*, se observă că pe măsură ce valoarea modulului de elasticitate scade și implicit rigiditatea materialului scade, abaterea dintre cele două valori este tot mai mare.

În cazul în care deformarea sferei este doar deformare din contact, iar deformarea din volum a fost nesemnificativă, diametrul ariei de contact este dat de relația:

$$d_c = 2r, \text{ unde } r \text{ este raza ariei din contact măsurată.} \quad \text{VIII.14}$$

Deformația din volum, δ_v , este dată de diferența dintre deformația totală de apropiere, δ_1 , și deformația din contact, δ_c , conform relației:

$$\delta_v = \delta_1 - \delta_c. \quad \text{VIII.15}$$

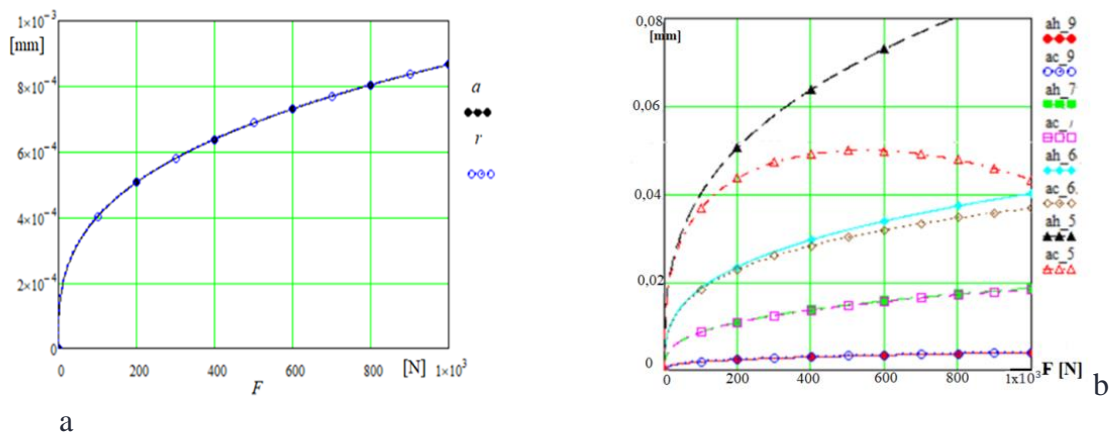


Figura VIII. 6. Comparație între raza ariei din contact, calculată cu formula lui Hertz/ din deformația din contact, t (calculată cu formula VIII.19.), a.) Valori pentru $E=2,1 \cdot 10^{11}$ [Pa], b.) Curbele ah_9, ah_7, ah_6, ah_5 sunt raze hertziane pentru $E=2,1 \cdot 10^9$ [Pa], $E=2,1 \cdot 10^7$ [Pa], $E=2,1 \cdot 10^6$ [Pa], $E=2,1 \cdot 10^5$ și ac_9, ac_7, ac_6, ac_5 sunt raza r pentru $E=2,1 \cdot 10^9$ [Pa], $E=2,1 \cdot 10^7$ [Pa], $E=2,1 \cdot 10^6$ [Pa], respectiv $E=2,1 \cdot 10^5$ [Pa].

VIII.2.2. CALCULUL DEFORMAȚIILOR DIN CONTACT ȘI DIN VOLUM

Înlocuind valorile experimentale de deformare, prezentate în *tabelul VIII.1*, în formula VIII.19 se obțin rezultatele din *tabelul VIII. 2*, reprezentând deformațiile globale, δ_1 , de contact, δ_c , și cele din volum, δ_v , pentru semisfere, în cele două tipuri de contacte prezentate anterior.

Tabel VIII. 1. Rezultate experimentale de deformare.

Tip de contact	Încărcare, [N]	2a, [mm]	δ_{tot} , [mm]	δ_1 , [mm]
Plan rigid- Sferă- Sferă- Plan rigid	16,72	10,55	3	0,75
	41,58	13,84	6	1,50
	74,80	16,83	9	2,25
	120,56	19,51	12	3
Cavitate semisferică- Sferă- Sferă- Cavitate semisferică	180,40	22,63	15	3,75
	38,72	15,38	3	1,50
	101,20	20,76	6	3
	197,12	25,74	9	4,50
	334,40	30,85	12	6
	519,20	35,53	15	7,50

Tabel VIII. 2. Deformații globale, δ_1 , de contact, δ_c , și cele din volum, δ_v , pentru semisfere.

Tip contact	Forța, [N]	Rază arie contact, r, [mm]	δ_1 , [mm]	δ_c , [mm]	δ_v , [mm]
Plan rigid- Sferă- Sferă- Plan rigid	16,72	5,27	0,75	0,517	0,233
	41,58	6,92	1,50	0,895	0,605
	74,80	8,41	2,25	1,334	0,916
	120,56	9,76	3	1,810	1,190
	180,40	11,32	3,75	2,465	1,285
Cavitate semisferică- Sferă- Sferă- Cavitate semisferică	38,72	7,69	1,50	1,110	0,39
	101,20	10,38	3	2,060	0,94
	197,12	12,87	4,50	3,238	1,262
	334,40	15,43	6	4,796	1,204
	519,20	17,77	7,50	6,604	0,896

Pentru o mai bună interpretare, rezultatele obținute au fost reprezentate grafic în *figurile VIII.7. și VIII.8.*

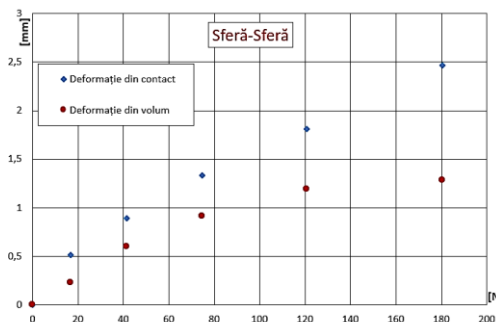


Figura VIII. 7. Rezultate deformarea din contact/deformarea din volum, sferă-sferă.

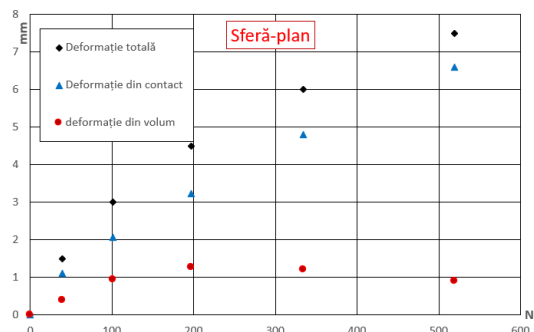


Figura VIII. 8. Rezultate deformarea totală, din contact și din volum, sferă-plan pe direcția de încărcare.

Din analiza graficelor prezentate în figurile VIII.7. și VIII.8, se concluzionează:

- Deformația totală și de cea din contact cresc odată cu încărcarea.
- Deformația din contact crește mai repede decât deformația din volum, datorită rigidității locale mai mici.

• În cazul experimentului cu o serie de 4 contacte (suprafață plană rigidă-sferă-sferă-suprafață plană rigidă, deformația din volum, crește odată cu încărcarea, dar ritmul de creștere se atenuază cu creșterea încărcării iar în cazul experimentului cu un contact (cavitate semisferică-sferă-sferă-cavitate semisferică), deformația din volum scade pe măsură ce sarcina crește. Acest rezultat pare nefiresc, dar poate fi atribuit faptului că cavitățile semisferice împiedică deformația în volum a sferelor.

VIII.2.3. DEFORMAREA UNEI SFERE ÎNTRE DOUĂ SUPRAFETE PLANE DIN MATERIAL RIGID ȘI CALCULUL DEFORMAȚIILOR

Pentru verificarea acestui rezultat, s-a efectuat un nou experiment, care constă în comprimarea unei singure sfere între două plăci plane suficient de rigide, astfel încât deformația acestora poate fi neglijată așa cum se poate vedea în figura VIII.9.

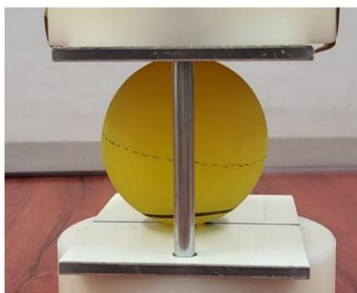


Figura VIII. 9. Comprimare a unei sfere din cauciuc între două suprafețe plane rigide [Mu24].

Rezultatele obținute în urma experimentului sunt prezentate în tabelul VIII.3, iar interpretarea grafică a acestora în figura VIII.10.

Cu ajutorul acestui experiment, s-au determinat forța din contact, deformația totală, deformația din contact și cea din volum, pe direcția de încărcare, diametrul ariei de contact, ca și la experimentele anterioare, dar s-a măsurat și diametrului median al sferei deformate. Comparativ cu experimentele anterioare, acest experiment prezintă un caz mai simplu, a două contacte similare sferă-plan, spre deosebire de experimentele anterioare unele existau particularități, fie contactele nu erau identice, fie prezentau particularități de rezemare.

Tabel VIII. 3. Deformații globale, δ_1 , de contact, δ_c , din volum, δ_v , sferă între două suprafețe plane rigide.

Tip contact	Forța, [N]	Rază arie contact, r , [mm]	δ_1 , [mm]	δ_c , [mm]	δ_v , [mm]
Suprafață plană rigidă -Sferă -Suprafață plană rigidă	34,76	8,9	1,5	1,18	0,32
	85,36	12,41	3	2,05	0,94
	156,2	14,98	4,5	3,18	1,31
	242,9	14,04	6	4,3	1,69
	352	18,75	7,5	5,68	1,82

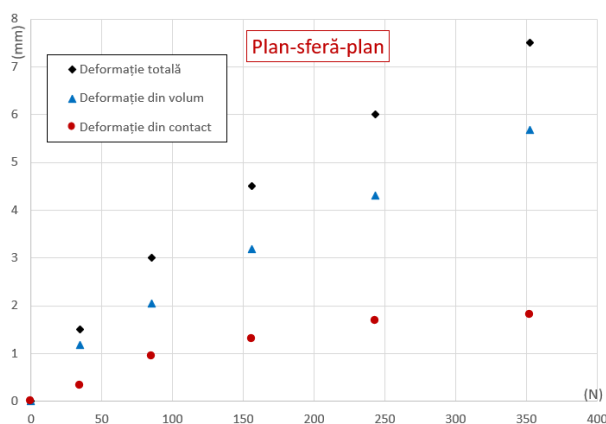


Figura VIII. 10. Deformații totale, din contact, din volum, sferă cauciuc, între două plăci plate rigide pe direcția de încărcare.

Referitor la tendința de scădere a deformației din volum, remarcată în experimentul anterior, așa cum era de așteptat aceasta nu mai este prezentă, cel puțin în gama de valori din experiment. Acest lucru arată că rezemarea sferei în cavități semisferice împiedică, într-o anumită măsură, deformarea sferei pe direcții perpendiculare pe direcția de acțiune a sarcinilor de încărcare, afectând cu o oarecare eroare rezultatele.

Pentru a valida această ipoteză s-a impus și măsurarea diametrului sferei deformate, în planul median perpendicular pe direcția forței și utilizarea datelor din măsurătorile efectuate și pentru verificarea prin prisma volumului sferei.

VIII.2.4. CALCULUL VOLUMULUI UNEI SFERE DEFORMATE ÎNTRE DOUĂ SUPRAFEȚE PLANE DIN MATERIAL RIGID

Premisa că materialul sferei este incompresibil implică egalitatea între volumul sferei nedeformate și volumul sferei deformate, care. Pentru a putea calcula volumul sferei deformate trebuie însă să fie cunoscut profilul suprafeței deformate a sferei. În figura VIII.11, este schematizată o sferă deformată între două plăci plane din material rigid.

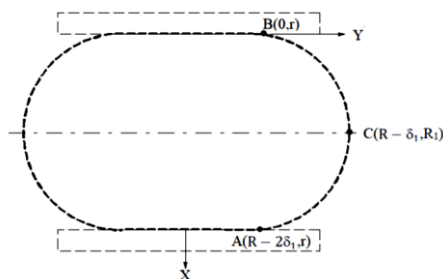


Figura VIII. 11. Schematizarea sferei deformate între două plăci plane rigide, în plan diametral care conține centrul sferei și direcția de încărcare.

Analizând figura VIII.11, pentru profilul deformat se cunosc următoarele elemente:

1. A și B reprezintă punctele de început și de sfârșit ale profilului liber al sferei deformată. Acestea sunt situate pe conturul exterior al ariilor de contact, rezultate din comprimarea sferei între plăcile plane din material rigid.
2. C este punctul de pe diametrul median al sferei deformată și este situat la jumătatea înălțimii sferei deformată, nefiind motive ca cele două semisfere care au aceeași formă, dimensiuni și material să sufere deformații de valori diferite.
3. Profilul sferei deformată este tangent la cele două plăci plane și paralele din material rigid, neputând să apară prin deformare un punct de discontinuitate a derivatei profilului suprafeței.

Este necesar, în continuare, să se găsească o curbă de aproximare a profilului suprafeței deformată care să satisfacă cerințele exprimate prin observațiile făcute. O curbă care îndeplinește aceste condiții este elipsa. Astfel, pentru a se calcula volumul sferei deformată, se va aproxima profilul deformat al secțiunii transversale a sferei, printr-o elipsă.

Se atașează sferei deformată un sistem de coordonate, așa cum se poate vedea din figura VIII.11. Volumul sferei deformată este format din volumul unui cilindru de rază, r , și înălțime $2(R - 2\delta_1)$, delimitat la exterior de o suprafață toroidală generată prin rotirea în jurul axei y a unei semi-elipse, definite de funcția:

$$y(x) = r + (R_1 - r) \sqrt{1 - \frac{[x - (R - \delta_1)]^2}{(R - \delta_1)^2}}, \quad \text{VIII.16}$$

unde R_1 este raza efectivă a sferei deformată.

Această valoare a fost măsurată în timpul experimentelor cu un șubler digital.

Volumul sferei deformată poate fi calculat analitic, astfel: .

$$V_{\text{def}} = \pi \int_0^{2R-2\delta_1} y^2(x) dx. \quad \text{VIII.17}$$

În tabelul VIII.4, sunt prezentate rezultatele valorilor deformațiilor și a volumelor calculate ale sferei deformată pentru comprimarea între două plăci plane din material rigid.

Tabel VIII. 4. Rezultate de deformare sferă comprimată între două plăci plane din material rigid.

r , [mm]	$D_1 = 2R_1$, [mm]	δ_1 , [mm]	Volumul calculat al sferei deformată, [mm ³ ·10 ⁴]	Volumul sferei nedeformată, [mm ³ ·10 ⁴]	Eroare relativă, [%]
7,94	55	1,5	9,075	8,429	7,66
10,38	55,80	3	9,093	8,429	7,87
12,78	56,60	4,5	9,062	8,429	7,51
14,69	57,20	6	8,868	8,429	5,21
16,64	58,70	7,5	8,871	8,429	5,24

Din aceste rezultate se poate observa o apropiere destul de bună între cele două volume, apropierea fiind mai mare între valori obținute la încărcare mai mare, unde măsurătorile sunt mai precise.

VIII.2.5. CONSIDERAȚII ASUPRA VALORII MODULULUI LUI YOUNG AL MATERIALULUI SFEREI

Având în vedere că valoarea modulului lui Young pentru cauciuc nu este constantă, ci variază cu valoarea solicitării aplicate, se poate calcula doar o valoare medie, E_m .

Pentru a calcula valoarea medie a acestui parametru de material, E_m , se va utiliza formula VIII.17, în care se înlocuiesc valorile lui δ_v , cu valorile măsurate, din tabelul VIII.3.

Valorile modului mediu de elasticitate al materialului pot fi calculate folosind formula:

$$E_m = - \frac{\frac{F}{2\pi R} \ln \left| \frac{R - \sqrt{R^2 - a^2}}{R + \sqrt{R^2 - a^2}} \right|}{\delta_v \text{ sferă}} \quad \text{VIII.18}$$

Tabel VIII. 5. Valoarea modului Young mediu E_m , în funcție de F , r și δ_v sferă.

Tip de contact	Încărcare, [N]	r , [mm]	δ_v sferă, [mm]	E_m [MPa]
Plan-Sferă-Plan	34,76	8,9	0,32	2,23
	85,36	12,41	0,94	1,49
	156,2	14,98	1,31	1,67
	242,9	17,04	1,69	1,3
	352	18,75	1,82	1,21

Se observă că valorile obținute pentru E_m , pentru sfera din cauciuc utilizată în experiment sunt de ordinul megapascalilor, având același ordin de mărime ca și valorile experimentale pentru cauciucuri menționate în literatura de specialitate [Go,00]. Se observă că, asemeni modului lui Young pentru cauciuc, valorile obținute, au tendința de a scădea odată cu creșterea sarcinii.

VIII.3. CONCLUZII

În urma experimentelor efectuate se desprind următoarele concluzii privitoare la deformațiile din volum comparativ cu deformațiile din contact:

- ✓ În cazul sferelor confecționate din materiale cu rigiditate scăzută, *deformațiile din volum* și *deformațiile din contact* au ordine de mărime comparabile.
- ✓ Deformațiile mari din volum sunt corelate cu solicitări în volum semnificative.
- ✓ *Deformațiile din contact*, precum și *deformațiile din volum* cresc odată cu sarcina.
- ✓ *Deformațiile din contact* cresc mai repede decât *deformațiile din volum*, iar la deformațiile din volum, viteza de creștere scade progresiv. Acest lucru se datorează faptului că creșterea deformațiilor din contact duce la creștea rigidității locale din apropierea contactului.
- ✓ O evaluare precisă a caracteristicilor și mărimii componentelor deformării din volum și din contact, permite o proiectare mai adecvată și o formă optimizată a pieselor
- ✓ Valorile obținute pentru modulul lui Young mediu, E_m , prezentate în *tabelul VIII.5*, validează rezultatele obținute pentru deformările din volum și din contact, la sferele din cauciuc, cu ipoteza asumată în teză, în mod satisfăcător

X. CONTRIBUȚII LA MODELAREA NUMERICĂ A CONTACTULUI CONCENTRAT, CAZUL SFEREI DIN CAUCIUC PE SUPRAFAȚĂ PLANĂ RIGIDĂ

IX.I. INTRODUCERE

Modelarea analitică a contactului concentrat dintre piese de cauciuc și piese din alte materiale, presupune, din punct de vedere analitic, o serie de dificultăți majore care sunt determinate în principal de doi factori, respectiv:

1. prezența unor deformații mari (datorită modulului de elasticitate de valoare redusă a acestor materiale),
2. modificarea valorii modulului de elasticitate cu încărcarea, respectiv cu gradul de solicitare, valoarea acestui modul având o variație neliniară.

Din aceste cauze, obținerea unor formule cu caracter general, similare cu formula lui Hertz, nu poate fi posibilă, în primul rând datorită neliniarității curbei forță-deformație, ceea ce împiedică aplicarea teoriei suprapunerii efectelor. Pentru rezolvarea acestui tip de probleme, o soluție practică o constituie modelarea numerică.

În acest capitol se prezintă o modelare numerică a contactului sferă-plan, pentru o sferă din cauciuc sintetic și un corp din oțel cu suprafață plană, în scopul de a valida rezultatele experimentale obținute și prezentate în capitolul anterior.

Validarea se face prin compararea curbei de deformare experimentală cu o curbă obținută pe cale numerică.

IX.II. ELEMENTE DE MODELARE

Pentru modelarea numerică s-a optat pentru modelarea cu elemente finite, utilizând programul Ansys, care permite atât modelarea deformațiilor mari, cât și modelarea fenomenelor tranzitorii. Acest lucru este necesar deoarece modificarea progresivă a modulului de elasticitate, impune ca rezolvarea problemei deformațiilor și solicitărilor să se facă pas cu pas, deoarece solicitarea își schimbă valoarea în fiecare punct, odată cu deformarea.

Având în vedere caracterul de simetrie al problemei, modelarea se poate face axisimetric, folosind elemente axisimetrice și rezultă o modelare plană.

Din sferă a fost modelat în plan un sfert de cerc și din piesa conjugată un pătrat, *figura IX.1*. Tipul de element utilizat a fost patrulater liniar axisimetric, descris de funcții de aproximare de ordin I. Cele două corpuri, sfera din cauciuc și piesa din oțel cu suprafața plană sunt în contact în punctul inițial de tangență iar dimensiunea elementelor a fost redusă progresiv, obținând elemente de dimensiuni mai mici, în zona din sferă ce urmează a intra în contact cu piesa conjugată, așa cum se poate vedea în *figura IX.2*.

➤ Discretizarea s-a făcut cu numere diferite de elemente pentru sferă și pentru piesa conjugată cu suprafață plană, care este raza sferei modelului astfel, pentru sferă 8274 elemente și 8640 de noduri, iar pentru piesa conjugată cu suprafață plană 100 elemente și 121 de noduri, (tabel IX.1).

➤ Condiții la limită:

✓ pentru sferă, pe frontiera verticală este permisă numai deplasarea nodurilor pe direcție verticală, *figura IX.3*, iar pentru piesa conjugată din oțel se aplică încastrare pe suprafață în partea de jos.

- Încărcări - Ansamblul este încărcat cu o deplasare impusă de valoare de 12 mm, aplicată pe frontiera orizontală a sfertului de cerc ce modelează sfera, în sensul apropierii sferei de piesa conjugată, modelând astfel un comportament similar cu cel din experiment, (figura IX.4).

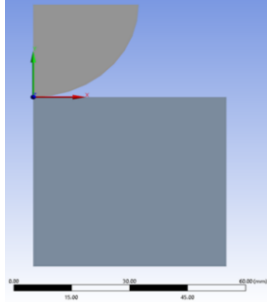


Figura IX. 1. Modelarea geometriei sferei de cauciuc și a piesei conjugate cu suprafață plană.

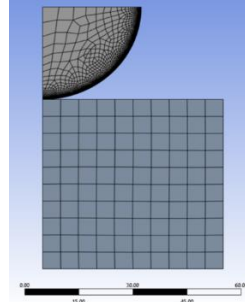


Figura IX. 2. Discretizarea corpurilor în contact.

Având în vedere caracterul plan al modelării, implicit sunt impuse condiții de restricționare a deplasării punctelor în afara planului.

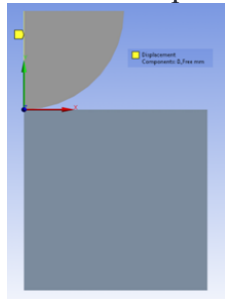


Figura IX. 3. Condiții la limită aplicate sferei

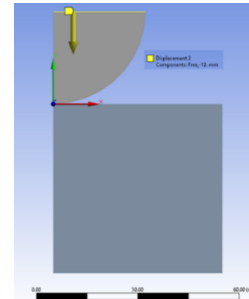


Figura IX. 4. Deformație maximă impusă, a centrului sferei.

- Tipul contactului - Între sfera de cauciuc și piesa conjugată din oțel se impune un contact de tip fără frecare.
- Materiale - Piesa conjugată cu suprafața plană a fost modelată din oțel, iar sfera a fost modelată din material hiperelasic, cu un comportament descris de legea Mooney-Rivlin cu doi parametri, având constantele C_{10} egală cu 0,21 MPa și C_{01} de $4,2 \cdot 10^{-2}$ MPa, incompresibil. Justificarea alegerii acestui comportament pentru material, va fi făcută în subcapitolul următor dedicat identificării comportamentului materialului din care sunt confecționate sferele utilizate în experiment.

IX.III. DETERMINAREA CARACTERISTICILOR MATERIALULUI SOLICITAT

Așa cum se cunoaște din teoria contactului, două elementele sunt deosebit de importante pentru determinarea parametrilor unui contact concentrat.

Primul parametru îl constituie *geometria*, iar cel de al doilea, o constituie *comportamentul materialelor la solicitare*. Având în vedere că nu se cunosc din start proprietățile materialelor utilizate pentru experiment, este necesară determinarea lor.

Cercetări anterioare menționate de Românu [Ro13] arată că în cazul cauciucurilor, un model care descrie suficient de fidel comportamentul, îl constituie modelul Money-Rivlin.

Acest tip de model se caracterizează prin două constante C_{10} și C_{01} . Pentru determinarea acestor constante literatura oferă două posibilități, [Vo95] și [Kv20].

Vossoughi [Vo95] propune o determinare a constantelor de material din modelul Mooney-Rivlin, pentru materiale izotrope, incompresibile, neliniare, cu deformații mari, cu o modalitate de calcul plecând de la un experiment de tracțiune unidimensională, a unei epruvete

de secțiune dreptunghiulară, pentru care, reprezentarea rezultatelor în anumite coordonate specifice, conduce la un grafic cu o variație de tip linie dreaptă, la care punctul de întâlnire cu axa verticală, dă prima constantă, și panta pe cea de a doua.

A fost încercată determinarea constantelor adaptând elementele din articol, la un experiment de compresiune prelucrând, din una dintre sfere, o epruvetă de formă cilindrică de diametru 38 mm și înălțime 41 mm.

Rezultatele obținute nu s-au dovedit însă satisfăcătoare. Datele obținute, reprezentate în coordonatele precizate în articol, nu s-au distribuit după o linie, acest lucru fiind probabil determinat prin faptul că raportul dimensiunilor epruvetei este sensibil apropiat de unu, ceea ce face ca gradul de umflare la comprimare a epruvetei să fie mare și în consecință solicitarea acesteia să fie departe de o solicitare uniaxială.

În cel de al doilea articol, Krmela și colaboratorii [Kr20] propun o modalitate de determinare a constantelor mult mai simplă, utilizând ca și element de bază duritatea materialului hiperelasic, măsurată pe scara Shore A.

Procedând similar cu metodica prezentată în articol, s-a recurs la măsurarea durității sferelor utilizate în experiment, rezultând o duritate medie a mai multor măsurători de 36 Shore A.

Conform articolului amintit, modulul de elasticitate transversal se calculează cu formula:

$$G = 0,086 \cdot 1,045^A = 0,4194 \text{ MPa} \quad \text{IX.1}$$

Rezultând valorile coeficienților C_{10} și C_{01} de: $C_{10} = \frac{G}{2} = 0,21$, și $C_{01} = 0,2 C_{10} = 0,042$.

IX.4. REZULTATE NUMERICE OBȚINUTE

În urma rezolvării modelului numeric cu elemente finite s-a trasat, pe același grafic, curba experimentală pentru deformare sferă-plan și curba numerică pentru situația similară cu caracteristicile mecanice determinate experimental și apropierea impusă de 12 mm, fiind prezentate în figura IX.7.

De precizat că în modelul numeric s-a impus o deformație de 12 mm, adică echivalentul a jumătate din deformația din cazul experimental, unde apropierea relativă presupune deformarea ambelor sfere.

Diferența de 0,5 mm nu este semnificativă, deoarece s-a observat că din punct de vedere experimental, deformațiile urmăresc aceeași evoluție chiar dacă valoarea deformației maxime diferă.

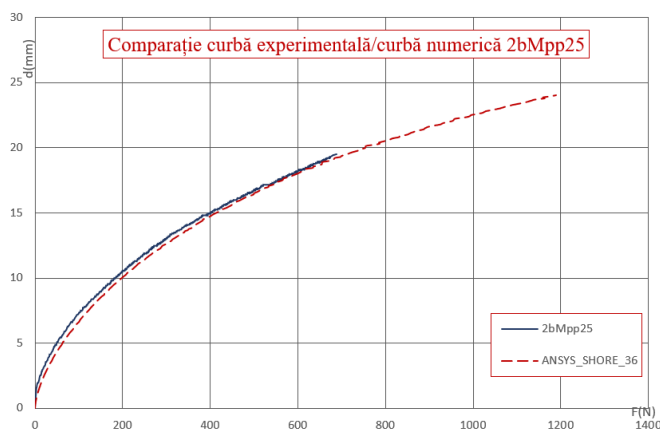


Figura IX. 5. Comparație curbă experimentală/curbă numerică 2bMpp25.

În figura IX.7, cu ajutorul modelării numerice utilizând Ansys, s-au obținut imagini cu deformarea totală a celor două corpuri în contact (sferă / piesa conjugată cu suprafață plană),

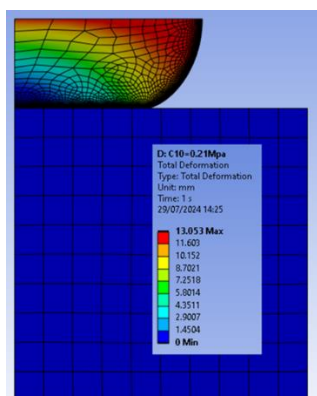


Figura IX. 6. Deformații totale pentru modelul sferă cauciuc/ piesa conjugată cu suprafață plană rigidă.

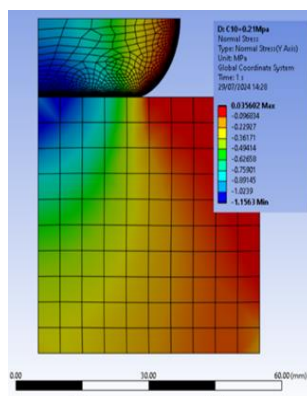


Figura IX. 7. Distribuția tensiunilor normale.

În figura IX.9, este reprezentată distribuția normală de tensiuni în cele două corpuri deformate. Din figură se observă, că în zona de contact tensiunile normale sunt negative. Acest lucru se datorează compresiei.

IX.5. CONCLUZII

În urma modelării numerice efectuate utilizând programul Ansys se pot concluziona următoarele:

- 1) Rezultatele numerice obținute sunt în bună concordanță cu rezultatele experimentale, de evaluare a deformațiilor de apropiere și de corelare a acestora cu sarcinile de încărcare a contactului prin deformare.
- 2) Modul de evaluare a caracteristicilor mecanice ale materialului, respectiv determinarea constantelor Mooney-Rivlin, puse în evidență se dovedește, simplu, eficient și valid.
- 3) Modelarea contactului prin elemente finite axisimetrice, constituie o modalitate elegantă de calcul prin aceea că, folosește un număr minim de elemente finite, pentru obținerea rezultatului numeric și, implicit, se face o economie importantă de resurse. Chiar și în această situație datorită numărului mare de iterații, pentru asigurarea convergenței, timpul de calcul este de ordinul orelor. Dacă modelarea s-ar fi făcut tridimensional, numărul de elemente ar fi crescut foarte mult și timpul de calcul ar fi fost semnificativ mai mare.
- 4) Modelarea prin elemente finite, permite, de asemenea, punerea în evidență și a altor parametri geometrici din încărcare, așa cum se poate vedea din anexe.
- 5) Prezentul capitol, pune în evidență o metodă simplă de evaluare numerică a contactelor corpurilor din materiale hiperelastice, plecând de la determinarea constantelor Mooney-Rivlin specifice materialului și încheind cu calculul deformațiilor parametrilor contactului și solicitărilor din material.
- 6) Concordanța bună dintre curba experimentală și rezultate numerice, validează atât metoda de calcul, cât și metodele experimentale utilizate.

X. CONCLUZII ȘI DIRECȚII DE CERCETARE

Prezenta lucrare a avut drept scop studiul contactului concentrat al sferelor din materiale neliniar elastice, cu aplicații la sferele din cauciuc sintetic.

În *capitolul I*, a fost realizat un stadiu actual al cercetărilor, în domeniul contactului concentrat al corpurilor din materiale elastice, structurat pe mai multe părți.

După un scurt istoric, o definiție și o clasificare a contactelor, în subcapitolul I.3 este prezentat contactul hertzian, ca element de referință în studiul contactelor concentrate. Se continuă cu o prezentare comparativă a noțiunilor de elasticitate liniară/nelinară și o prezentare a contactului punctual al pieselor din cauciuc.

Din acest capitol se desprind o serie de concluzii, cum ar fi:

- Caracteristica forță/deformație la contactul sferelor este o caracteristică neliniară depinzând atât de geometrie cât și de răspunsul materialului la solicitare.
- Cercetările prezentate în literatură pun în evidență prezența unei curbe de histerezis care conduce la concluzia că în cazul deformării pieselor din cauciuc, apar frecări interne care consumă o parte din energia transmisă corpurilor prin forțele de deformare. Acest subiect nu face obiectul prezentului studiu, deoarece experimentele au fost cvasistatice, desfășurate cu încărcare lentă, studiindu-se numai curba de încărcare, nu și cea de descărcare (ciclu complet). Acest subiect face parte din direcțiile de cercetare viitoare.
- O soluție de extrapolare a metodei de calcul din cazul corpurilor din materiale neliniar-elastice o constituie utilizarea modulului de elasticitate secant, considerând variația până la momentul considerat liniară și definiția punctului final descrisă de o funcție pe care Diaconescu și Ciutac, [Di08], o propun de formă exponențială.

În cel de al *II-lea capitol*, intitulat “Metode experimentale pentru determinarea deplasărilor și deformațiilor specifice la contactul concentrat” se face o trecere în revistă a metodelor de măsurare utilizate în studiul contactelor, pentru măsurarea apropierei normale, pentru determinarea dimensiunilor și formei ariei de contact, pentru determinarea modulului de elasticitate al cauciucului, precum și pentru investigarea răspunsului sferelor din cauciuc, la comprimarea axială.

Din acest capitol se pot desprinde următoarele concluzii:

- Nu toate metodele de măsurare a apropierei și ariei de contact pot fi utilizate și în cazul sferelor din cauciuc, deoarece acest contact se caracterizează printr-o solicitare mai mică și deformații mai mari decât în cazul oțelurilor (corpuri mai rigide).
- Nici metodele propuse de Crudu [Cr69] El Shafei [Sh82] și alții de determinare a dimensiunilor și formei ariei de contact prin depunere de strat de cupru pe suprafață nu sunt aplicabile în cazul cauciucului.
- Metodele utilizate de Lin [Li08] prin utilizarea analizei de imagine pot fi utilizate cu succes și au constituit baza de plecare pentru evaluarea volumului sferei deformate, utilizate în capitolul VIII, la studiul deformației ariei de contact, prin *metode de analiză digitală* mai performante decât analiza de imagine, respectiv *utilizarea scanării și obținerii unui nor de puncte pe suprafața piesei deformate*.

Capitolul al III-lea prezintă metode experimentale utilizate pentru studiul contactului concentrat al corpurilor din materiale elastice dezvoltate la Universitatea “Ștefan cel Mare” din Suceava, structurate pe:

- investigarea modelelor de contact prin profilometrie cu laser;
- studiul elementelor contactului;
- determinarea ariei de contact sferă din cauciuc – placă plană de sticlă
- modelarea contactului circular dintre două sfere de cauciuc.

Acest capitol face o sinteză a cercetărilor experimentale efectuate la Universitatea “Ștefan cel Mare” din Suceava, atât pentru contacte concentrate ale corpurilor liniar elastice cât și neliniar elastice.

Metoda reflectivității propusă de Glovnea [Gl99] permite estimarea ariei de contact în cazul corpurilor puternic încărcate.

Ciornei [Ci04] și Ciutac [Ci09], folosesc ca și metode de investigare pentru corpuri din materiale vâscoelastice, vizualizarea directă a ariei de contact. Această metodă ar putea fi aplicată și în cazul prezentelor cercetări. Autorii pun în evidență prezența buclei de histerezis pentru solicitări ciclice.

Cercetările efectuate de Românu [Ro13] referitor la modelarea numerică a contactului corpurilor din cauciuc, pun în evidență deformațiile și solicitările ce apar, furnizând un punct de plecare pentru cercetările prezentate în teză.

Capitolul al IV-lea, prezintă baza experimentală, constituită dintr-un stand pentru testarea sferelor din cauciuc la deformarea de comprimare.

Standul este de concepție originală și a fost conceput proiectat și realizat în cadrul prezentei cercetări.

Utilizând acest stand, au fost efectuate încercări de deformare pentru diverse configurații, două și trei sfere, de două diametre, cu trei modalități de rezemare:

- ambele suporturi cilindrice cu fund plat (gg);
- ambele suporturi semisferice (pp);
- un suport inferior cilindric cu fund plat și un suport superior semisferic (pg).

Capitolul al V-lea, prezintă metodică de lucru și prelucrare a datelor necesare interpretării rezultatelor.

A fost pusă la punct o metodică de lucru și de prelucrare a datelor brute achiziționate. Această prelucrare a fost necesară deoarece, cu toate precauțiunile luate, în sensul reducerii frecărilor prin utilizarea de bușe cu bile, acestea nu pot fi eliminate complet și este necesară o scalare în origine a curbelor. Faptul că traductorul de forță nu înregistrează valoarea inițială nulă, este determinat de faptul că traductorul măsoară de asemenea atât greutatea elementelor sistemului cât și frecările din cuplele de ghidare.

Capitolul al VI-lea, prezintă rezultatele experimentale și interpretarea lor, aducând următoarele contribuții:

- obținerea de rezultate experimentale de deformare, pentru contactul a câte două sfere, cu diametrele de 42,3 respectiv 54,4 mm, pentru apropierea relativă maximă de 15 mm respectiv 25 mm și trei modalități de rezemare a sferelor, (ambele suporturi cilindrice cu fund plat, (gg), ambele suporturi semisferice, (pp) și suport cilindric inferior cu fund plat iar suportul superior semisferic, (pg)).
- obținerea de rezultate experimentale de deformare, pentru contactul a câte trei sfere, cu diametrele de 42,3 respectiv 54,4 mm, pentru apropierea relativă maximă de 15 mm respectiv 25 mm și trei modalități de rezemare a sferelor, (ambele suporturi cilindrice

cu fund plat, (gg), ambele suporturi semisferice, (pp) și suportul inferior cilindric cu fund plat, iar suportul superior semisferic, (pg)).

- compararea rezultatelor experimentale de deformare din situațiile amintite, ca urmare a încercărilor experimentale efectuate generează următoarele concluzii specifice:
 - ✓ Se constată că, sferile din cauciuc testate în experiment au avut o comportare la deformare neliniară-elastică, conformă cu literatura de specialitate (*figurile VI.2. -VI.3, VI.7, VII.11-VI.18*);
 - ✓ curbele de deformare sunt diferite în cele trei cazuri de testare: ambele suporturi sunt cavități cilindrice cu fund plat – gg, o cavitate cu fund plat și o cavitate cu fund semisferic – pg, respectiv ambele cavități de formă semisferică – pp,
 - ✓ Se observă că încărcarea se face după curbe similare, pentru experimente similare dar cu deformări diferite în funcție de deformația maximă stabilită inițial, 15 mm sau 25 mm, (*figurile VI.14 - VI.15*);
 - ✓ repetând experimentul în condiții identice, rezultatele au fost similare, indiferent dacă experimentul s-a efectuat pentru un set de două sfere, *figura VI.12*, sau pentru un set de trei sfere, *figura VI.13*, în toate cele trei cazuri posibile de rezemare menționate anterior obținându-se o bună repetitivitate;
 - ✓ se observă că pentru același număr de sfere și aceeași valoare a forței de deformare, deformația atinge o valoare cu atât mai mare, cu cât numărul de contacte de tip sferă – sferă (gg) și sferă - suprafață plană rigidă (pg) este mai mare (*figurile VI.2. -VI.3, VI.7, VII.11-VI.18*);

Capitolul al VII-lea, care prezintă rezultatele experimentale privind aria de contact la deformarea sferelor din cauciuc, aduce următoarele contribuții:

- Dezvoltarea unor metode proprii de evaluare a ariei de contact prin utilizarea Fujifilm Prescale și a analizei de imagine;
- Investigarea ariei de contact dintre sferile din cauciuc, folosind metodele prezentate anterior;
- Obținerea de rezultate experimentale pentru aria de contact, formată între sferile din cauciuc în diverse configurații:
 - *sferă-sferă*, cu sferile rezemate pe suprafețe plane;
 - *sferă-sferă*, cu sferile rezemate în cavități semisferice ;
 - *sferă-plan*, cu sfera sprijinită simplu între plane.

Capitolul al VIII-lea intitulat “Considerații privind separarea deformațiilor din volum de cele din contact”, pune în evidență cele două componente ale deformării totale, respectiv *deformarea locală din contact și deformarea din volum*.

Spre deosebire de contactul concentrat și deformațiile aferente de la corpurile cu rigiditate mare, cum ar fi oțelul, în cazul cauciucului, material din categoria celor cu deformații mari, deformațiile din contact și deformațiile din volum, sunt comparabile. *Deformațiile din contact* sunt mari datorită deformabilității și rigidității reduse din zona de contact iar deformațiile *din volum* sunt mari datorită modulului de elasticitate de valoare redusă. În acest context *deformațiile din volum* nu mai pot fi neglijate și trebuiesc cuantificate și luate în considerare în calcule de proiectare.

Capitolul VIII prin analiza și considerațiile făcute aduce următoarele contribuții:

- definirea clară și riguroasă a deformațiilor din contact și a deformațiilor din volum;
- evaluarea analitică a deformațiilor din volum, în ipoteza modulului de elasticitate constant, model care permite calculul acestui tip de deformație utilizând modulul de elasticitate secant, pentru un anumit grad de deformare.

- stabilirea unei metode de separare a deformațiilor din contact și a deformațiilor din volum de pe direcția forței, utilizând ca element de plecare aria de contact măsurată prin metoda pusă la punct în capitolul anterior, de utilizare a fujifilm și de analiză de imagine.
- contribuții la studiul formei sferei deformate între două suprafețe plane.
- contribuții la evaluarea modulului de elasticitate mediu pentru anumite grade de încărcare.

Capitolul al IX-lea, “Contribuții la modelarea numerică a contactului concentrat, sfere de cauciuc-piesă conjugată cu suprafață plană”, utilizând programul Ansys care a condus la următoarele concluzii:

- rezultatele numerice obținute sunt în bună concordanță cu rezultatele experimentale, de evaluare a deformațiilor de apropiere și de corelare a acestora cu sarcinile de încărcare a contactului prin deformare.
- modul de evaluare a caracteristicilor mecanice ale materialului, respectiv determinarea constantelor Mooney-Rivlin, puse în evidență se dovedește, simplu, eficient și valid.
- modelarea contactului prin elemente finite axisimetrice, constituie o modalitate elegantă de calcul, prin aceea că folosește un număr minim de elemente finite, pentru obținerea rezultatului numeric și implicit se face economie importantă de resurse. Chiar și în această situație datorită numărului mare de iterații, pentru asigurarea convergenței, timpul de calcul este de ordinul orelor. Dacă modelarea s-ar fi făcut tridimensional, numărul de elemente ar fi crescut foarte mult și timpul de calcul ar fi fost semnificativ mai mare.
- modelarea prin elemente finite, permite, de asemenea, punerea în evidență și a altor parametri, așa cum se poate vedea din anexe.
- capitolul, pune în evidență o metodă simplă de evaluare numerică a deformațiilor globale ale corpurilor din materiale hiperelastice, plecând de la determinarea constantelor Mooney-Rivlin specifice materialului și încheind cu calculul deformațiilor, parametrilor contactului și solicitărilor de material.
- concordanța bună dintre curba experimentală și rezultate numerice, validează atât metoda de calcul, cât și metodele experimentale utilizate.

DIRECȚII DE CERCETARE

În urma cercetărilor efectuate în cadrul tezei de doctorat **“CONTRIBUȚII LA STUDIUL CONTACTULUI CONCENTRAT AL CORPURILOR DIN MATERIALE NELINIAR ELASTICE”**, se desprind următoarele direcții de cercetare:

- 1) *studiul contactului sferelor de cauciuc la încărcarea ciclică și a influenței fenomenului de histerezis asupra comportării;*
- 2) *modelarea analitică a comportării contactului sferelor din cauciuc;*
- 3) *cercetări avansate privind deformațiile din contact și deformațiile din volum;*
- 4) *cercetări teoretice, experimentale și numerice, privind solicitările sferelor din cauciuc în urma interacțiunilor din contact.*

Bibliografie

- [Ar93] **Arruda, E. M., Boyce, M. C.**, „*A three-dimensional model for the large stretch behavior of rubber elastic materials*”, *J. Mech. Phys. Solids*, 1993, 41(2), pp. 389–412;
- [Be24] **Beleaev, N.M.**, „*Local Stresses During the Compression of Elastic Bodies*”, *Engng. Struct. Mech.*, Petrograd, 1924.
- [Bo64] **Bowden, F. P., Tabor, D.**, „*The Frivtion and lubrication of solid*”, part II, Oxford, Clarendon Press, 1964.
- [Br06] „*Mechanics of solids*”, Division of Engineering, Brown University, Lecture course, 2006.
- [Ci04] **Ciornei, F.C.**, „*Cercetări privind contactul dinamic de tip hertzian circular în domeniul liniar vâscoelastic*”, Universitatea „Ștefan cel Mare” Suceava, Teză de doctorat 2004.
- [Ci09] **Ciutac, F.**, „*Comportarea la contact a corpurilor de revoluție din cauciuc*”, Universitatea „Ștefan cel Mare” Suceava, Teză de doctorat 2009, pag. 16-32.
- [Cr69] **Crudu, I.**, „*Contribuții la studiul influenței tensiunilor normale inițiale asupra distrugerii statice și prin ciupire (pitting) a contactelor punctiforme*”, Teză de doctorat, Iași, 1969.
- [Cr96] **Cretu, Sp.**, „*Initial Plastic Deformation of Cylindrical Roller Generatrix: Stress Distribution Analysis and Fatigue Life Tests*”, *Acta Tribologica*, 1996 4, 1-2, pp. 1-6.
- [Di75] **Diaconescu, E.N.**, „*Pitting under Traction in Heavily Loaded Point Contacts*”, Ph.D.Thesis, University of London, 1975, 224 p.
- [Di08] **Diaconescu, E.N., Ciutac, F.**, „*The elastic normal contact between revolution rubber bodies*”, Universitatea Suceava, VAREHD 14, 2008; p.141.
- [Di09] **Diaconescu, E.N., Glovnea, M.L., Ciutac, F.**, „*circular contact of incompressible nonlinear-elastic bodies*”, *Proceedings of the ASME/STLE International Joint Tribology Conference*, 2009, 19-21 octombrie. TC2009-15167, pp. 347-349;
- [Dr59] **Drucker, D.C.**, „*O definiție a unui material inelastic stabil*”, *Journal of Applied Mechanics*, (1959), 26: pp.101–195.
- [Dr69] **Drutowski R.C.**, „*Hertzian Contact and adhesion of Elastomers*, *Journal of Lubrication Technology*”, April 1969, pp 732-737.
- [Dr68] **Drutowski R.C.**, „*Contact elasticity of Seal Elastomers*”, *Journal of Lubrication Technology*, October 1968, pp 468-483,
- [Fu13] **Fuchs, S.**, „*Physicalische Zeitschrift*”75, 1913, pp.12-82.
- [Gi00] **Giri, M., Bousfield. D. B., Unertl, W.N.**, „*Dynamic Contacts on Viscoelastic Films: Work of Adhesion*”, *Langmuir*, 2000, <https://pubs.acs.org/doi/10.1021/la001565b>
- [GI99] **Glovnea M.L.**, „*Efectul discontinuităților geometrice de suprafață asupra contactului elastic*”, Universitatea „Ștefan cel Mare” Suceava, Teză de doctorat, 1999, pag 227-251.
- [Gr02] **Green, D.J.**, Class 33, [www.ems.psu.edu/%J.E.Green/class 33. pdf.](http://www.ems.psu.edu/%J.E.Green/class%2033.pdf), 2002
- [GI00] **Glovnea, M., Diaconescu, E.N.**, „*Elemente de mecanica contactului*”, Editura Universității „Ștefan cel Mare” Suceava Suceava, ISBN 973-9408-38-9, 2000.
- [Gu731] **Gumilla, J.**, „*Istoria naturală, civilă și geografică a acestui mare râu și a izvoarelor sale puternice*”, Academia Nacional de la Historia, Fuentes para la Historia Colonial de Venezuela, 1731, No. 68,.
- [Ha91] **Harris, T.A.**, „*Rolling Bearing Analysis*”, Ediția a 3-a, John Wiley & Sons, Hoboken., 1991.
- [Ha18] **Harris, C.**, „*Manual de șocuri și vibrații*”, editor, Allan G. Piersol, .-ed. a 5-a. capac. 33, Ronald J. Schaefer *Proprietățile mecanice ale cauciucului*, 2018, 18p.

- [He882] **Hertz, HR**, „Über die Berührung fester elastischer Körper und Über die Härte, *Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleisscs*”, 1882, Berlin: Verein zur Beförderung des Gewerbefleisses, pp.449-463.
- [He895] **Hertz, H.**, „*Über die Berührung Fester Elastischer Körper, Gesammelte Werke*”, Bd. 1, Leipzig, 1895, pp.155-173.
- [Hi11] **Hibbeler, R.C.**, „*Mecanica Solidelor*”, Editura: Prentice Hall, 2011
- [Ho81] **Hoeprich, M.R., Zantopulus, H.**, „*Line contact deformation: a cylinder between two flat*”, ASME Journal of Lubrication Technology, vol 103, 1981, pp. 21-25.
- [Hu04] **Huber, M.T., Zur** „*Theorie der Berührung Fester Elastischer Körper*”, Ann. Phys., Vol. 14, 1904, 153-163.
- [Jo64] **Jones, A.B.**, „*Mathematical Theory of Rolling-Elements Bearings, Mechanical Design and Systems Handbook*”, edited by Rothbart, H., McGraw-Hill Book, 1964, cap. 13.1-13.76.
- [Jo85] **Johnson, KL, 1985**, „*Contact Mechanics*” , Cambridge University Press, pag.452.
- [Ka22] **Katsamakos A. A., Belser, G., Vassiliou, M.F.** „*Experimental investigation of a spherical rubber isolator for use in low income countries*” ELSEVIER Engineering Structures journal homepage: www.elsevier.com/locate/engstruct Volumul 250, 1 ianuarie 2022 , 113522;
- [Kr20] **Krmelal j., Artyukhov A., Krmelová A., Pozovnyi, O.**, “*Determination of material parameters of rubber and composites for computational modeling based on experiment data*” Journal of Physics: Conference Journal of Physics: Conference Series 1741 (2021).
- [Le87] **Lefter, M.**, „*Tehnologia confecționării articolelor din cauciuc și materiale plastice*”, Editura Tehnică, București, 1987;
- [Li08] **Yu-Li Lin, Da-Ming Wang, Wei-Ming Lua, Yu-Shen Linb, Kuo-Lun Tungb**, „*Compression and deformation of soft spherical particles*”, Chemical Engineering Science 63, 2008, pp. 195 – 203.
- [Lo29] **Love, A.E.H.**, *The Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary*”, Phil. Trans. Roy. Soc., Vol. A228, 1929, pp. 377-420.
- [Lu47] **Lundberg, G., Palmgren, A.**, „*Dynamic Capacity of Rolling Bearings*”, *The Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series*, Vol. 1, No. 3, 1947.
- [Lu52] **Lundberg, G., Palmgren, A.**, „*Dynamic Capacity of Rolling Bearings*”, *The Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series*, Vol. 2, No. 4, 1952
- [Ma530] **Martir, P.**, „*De Orbe Novo*”, (*Despre Lumea Nouă*), *colecția Decades of the New World* , 1530.
- [Mo22] **Morton, W.B., Close., L.J.**, Notes on Hertz's theory of Contact Elastic Bodies, Phil. Mag., Vol. 43, Series 65, 1922, pp.298-303.
- [Mo40] **Mooney, M.**, „*A theory of large elastic deformation*”, *Journal of Applied Physics*, 1940, 11(9), pp. 582–592.
- [Mu24] **Muscă, I., Sîrghie, E., Marchitan. M.**, “*About local and volume deformation of rubber spheres*”, prezentată la ROTRIB 2024 – The 15th International Conference on Tribology, Bucuresti, 2024.
- [Og84] **Ogden, R.W.**, „*Nonlinear elastic deformations*”, Dover, 1984, p.532.
- [Ov557] **Oviedo, G.F.**, „*Istoria generală și naturală a Indiilor*”, *Huntington, Library Quarterly*, 1557.
- [Pi66] **Pintilie, S., Pascu, V.**, „*Prelucrarea cauciucului*”, Editura Tehnică București, 1966;
- [Pi69] **Pinegin, S.V.**, „*Contact Strength and Resistance to Rolling*”, Mashinostroenie; Moscow, 1969.

- [Po85] **Popinceanu, N., Gafițeanu, M., Diaconescu, E.N., Crețu, S., Mocanu, D.R.**, „*Problemele fundamentale ale contactului cu rostogolire*”, Editura Tehnică, București., 1985., p 485.
- [Ri48] **Rivlin, RS**, „*Deformații elastice mari ale materialelor izotrope*” Științe matematice și fizice, 1948, 241(835), p. 379–397.
- [Ro13] **Românu I.C.**, „*Efectul de capăt în contactul liniar dintre corpuri din materiale neliniar elastice*”, -Teză de doctorat-2014. Suceava.
- [Sh82] **El Shafei, T.E.S., Arnell, R.D., Halling, J.**, *An Experimental Study of the Hertzian Contact of Surfaces Covered by Soft Metal Films*, ASLE Trans., vol. 26, 4, 1982, pp. 481 – 486.
- [Sh93] **Shima, S., Tatara, Y., Ito, M., Shu, C., Lucero, J.C.**, „*Large deformations of a rubber sphere under diametral compression*” part 2: *Experiments on many rubber materials and comparisons of theories with experiments*. JSME, Series A 36, 197–205. 1993.
- [Sî19] **Sîrghie E. (1), Muscă I. (2), Românu I. C.(3)** *Experimental study of rubber spheres in contact*, Tehnomus Journal 2019. ISSN-1224-029X (nr. 26/2019).
- [Sî21] **Sîrghie, E.(1), Muscă, I. (2), Românu, I.C. (3)**, *Experimental study on loading - unloading rubber spheres deformation*, “Ștefan cel Mare” University of Suceava (decembrie nr / 2021) pag 57-62.
- [Ta91] **Tatara, Y.**, *On Compression Of Rubber Elastic Sphere Over A Large Range Of Displacements*, Part 1: *Theoretical Study*, Journal of Engineering Materials Technology, 1991, , Vol 3, doi.10.1115/1.2903407. ISSN 0094-4289, pp 285-291.
- [Ta23] **Tamașag, I., Beșliu-Băncescu, I., Muscă I.**, „*A Simple Non-Contact Method To Evaluate High Deformable Bodies Deformation*”. Revista Tehnomus, , 2023, Noi tehnologii și produse în tehnologiile de fabricație a mașinilor, nr.30, pag. 95-101.
- [To30] **Tomas, H.R., Hoersch, V.A.**, „*Stresses Due to the Pressure of One Elastic Solid upon Another*”, University of Illinois, Engng. Exp. Station Bull., 1930, pp.212.
- [Tr06] **Tripa, P., Hlușcu, M.**, „*Rezistența materialelor. Fundamente și aplicații*” Timișoara, ed. Mirton, 2006, 395p .
- [Tr75] **Trealor, L.** „*The physics of rubber elasticity*”, Clarendon press Oxford University Press 1975.
- [Vl68] **Vlănțoiu, G.**, „*Cauciucul*”, Ed. Științifică, București, 1968;
- [Wa65] **Waters, N.E.** „*The indentation of thin rubber sheets by spherical indentors*”, *British journal Applied Physics*, vol.16, 1965.
- [*1] <https://advokat-murom.ru/ro/contracts/modul-yunga-dlya-reziny-osnovnye-harakteristiki-reziny-abrazivnyh.html>
- [*2] <https://www.yumpu.com/ro/document/view/25717174/neliniaritati-ale-comportamentului-materialelor>
- [*3] https://www.academia.edu/38883823/Traductoare_de_deplasare
- [*4] <https://www.fujifilm.com/us/en/business/industrial-materials/measurement-film/prescale>
- [*5] <https://www.chevalier-cleret.com/event/young-modulus-for-rubber.html>